

# Het beoordelen van examens vmbo wiskunde

## 'Het is goed als het goed is en voldoende onderbouwd'

Hoe is het correctievoorschrift opgebouwd en hoe is het bedoeld? Madeleine Vliegthart en Ingeborg Riedijk van het *College voor Toetsen en Examens* (CvTE) geven hier meer duidelijkheid over.

### Inleiding

Bij een centraal examen vmbo wiskunde maken leerlingen dezelfde vragen. De antwoorden en vooral de uitwerkingen die de leerlingen opschrijven, zijn echter niet allemaal hetzelfde. Wiskunde is immers een vak waarbij veel wegen naar het goede antwoord kunnen leiden. Het is onmogelijk om al deze wegen in het correctievoorschrift (cv) op te nemen. En het is ook niet nodig. Docenten zijn tenslotte professionals en het doel van het centrale examen wiskunde vmbo is dat leerlingen kunnen laten zien dat zij wiskundige vragen op een juiste manier kunnen oplossen. De gedachte dat zij precies elke stap opschrijven die in het cv staat, is niet juist. Vandaar de titel van dit artikel: 'Het is goed als het goed is en voldoende onderbouwd'. Maar wat als het antwoord van de leerling niet goed of niet voldoende onderbouwd is? Hoe beoordeel je als corrector zo'n leerlingantwoord? De oplossing lijkt simpel: dat staat in het cv. Het cv is tenslotte altijd bindend. De praktijk is echter weerbarstiger. Het cv wordt niet altijd door iedereen hetzelfde geïnterpreteerd en leerlingantwoorden worden niet altijd hetzelfde beoordeeld door verschillende correctoren. Dat merken we onder meer aan de discussies op het forum van de NVvW, de besloten en beveiligde fora voor de digitale centrale examens, vragen die via de *Examenlijn* worden gesteld en discussies tussen eerste en tweede correctoren.<sup>[1]</sup>

Daarom willen we in dit artikel toelichten hoe het cv bij de centrale examens wiskunde vmbo is opgebouwd en bedoeld. Ook willen we meer duidelijkheid geven over het toepassen van de algemene en vakspecifieke regels uit het cv. We hebben hierbij niet de illusie dat er nooit meer onduidelijkheid zal bestaan bij alle antwoorden die leerlingen kunnen geven.

### De opbouw van het cv

Een cv bestaat uit algemene regels, vakspecifieke regels en beoordelingsmodellen per vraag. Voor de centraal schriftelijke examens (cse's)<sup>[2]</sup> en de digitale centrale examens zijn de algemene regels en de vakspecifieke regels grotendeels gelijk.<sup>[3]</sup>

In feite zou een cv met alleen het juiste eindantwoord en het maximaal te behalen aantal scorepunten per vraag voldoende kunnen zijn om een examen te kunnen corrigeren. Klopt het antwoord van de leerling en kun je als corrector zien welke juiste oplossingsstrategie de leerling heeft gebruikt, dan krijgt de leerling het maximale aantal scorepunten.

Maar wat nu als een leerling een gedeeltelijk juist antwoord geeft, hoeveel scorepunten moet je daar als corrector aan toekennen? Om dat te ondervangen staat in het cv per vraag een beoordelingsmodel dat gebaseerd is op een bepaalde oplossingsstrategie. Dit is de oplossingsstrategie waarvan de vakdocenten uit de constructiegroep van Cito en de vaststellingscommissie wiskunde vmbo van het CvTE denken dat die het meest gebruikt zal worden door leerlingen.<sup>[4]</sup> Het beoordelingsmodel is onderverdeeld in tussenstappen die tot het juiste eindantwoord leiden en per stap wordt aangegeven wat het maximale aantal scorepunten is dat voor die stap mag worden toegekend.

### Een volledig juist beantwoorde vraag?

Als een leerling een vraag volledig juist beantwoordt, dan ben je als corrector snel klaar: deze leerling krijgt voor deze vraag het maximum aantal scorepunten. De onderverdeling van de scorepunten in het cv is dan niet van belang. Dit volgt uit de algemene regels van het cv en geldt dus niet alleen bij wiskunde.<sup>[5]</sup>

Maar let wel, een volledig juist beantwoorde vraag bestaat bij wiskunde meestal niet alleen uit een juist eindantwoord. In de algemene regels van het cv<sup>[6]</sup> staat dat het gegeven antwoord moet voldoen aan de criteria die in de vraag gesteld worden, zoals het antwoord onderbouwen met een juiste berekening, verklaring of uitleg. Ontbreekt de gevraagde berekening, verklaring of uitleg of is deze foutief? Dan krijgt de leerling 0 scorepunten. Het feit dat het eindantwoord van de leerling hetzelfde is als in het beoordelingsmodel doet dan niet ter zake. Ter illustratie de eerste twee vragen uit het centraal examen GL/TL 2019-1, zie figuur 1.

**Paddenstoelen**

De vliegenschwam is een rode paddenstoel met witte stippen.



Uit tellingen blijkt dat het aantal vliegenschwammen in Nederland snel afneemt. In 1999 werden 110 000 vliegenschwammen geteld. In 2015 was dat aantal nog maar 41 000.

<sup>3p</sup> 1 Bereken met hoeveel procent het aantal getelde vliegenschwammen in 2015 is afgenomen ten opzichte van 1999. Schrijf je berekening op.

Volgens deskundigen neemt het aantal vliegenschwammen exponentieel af. De formule die hierbij hoort is

$$a = 110\,000 \times 0,94^t$$

Hierin is  $a$  het aantal vliegenschwammen en  $t$  het aantal jaren na 1999.

<sup>1p</sup> 2 Met hoeveel procent neemt het aantal vliegenschwammen volgens deze formule per jaar af?

figuur 1

Bij vraag 1 wordt een berekening gevraagd en moet een leerling zijn antwoord dus onderbouwen met een juiste berekening. Bij vraag 2 staat alleen 'Hoeveel...'. Alleen het eindantwoord is hier dus voldoende. Er wordt niet om een verklaring van het antwoord gevraagd.

Of een leerling het antwoord voldoende onderbouwd heeft, is en blijft een grijs gebied. Een vuistregel die hierbij gehanteerd kan worden is of je als corrector kunt zien welke oplossingsstrategie een leerling gebruikt heeft, of deze strategie juist is en of de leerling deze strategie goed heeft toegepast. Het is dus niet nodig dat een leerling alle tussenstappen die in het beoordelingsmodel staan opschrijft, zolang maar duidelijk genoeg is hoe een leerling aan het antwoord komt.

Terug naar vraag 1 die hierboven staat.

Een leerling geeft het volgende antwoord:

$$69\,000 : 110\,000 \times 100 = 62,7$$

Deze leerling geeft een correct eindantwoord en aan de berekening is te zien dat de leerling een goede oplossingsstrategie heeft gebruikt en ook juist heeft toegepast, ook al heeft hij niet expliciet opgeschreven hoe hij aan het getal 69 000 komt. Deze leerling krijgt het maximale aantal scorepunten.

**1 maximumscore 3**

- $110\,000 - 41\,000 = 69\,000$  (vliegenschwammen)
- $69\,000 : 110\,000 \times 100(\%)$
- Het antwoord: 63% (of nauwkeuriger)

**2 maximumscore 1**

6(%)

figuur 2

Niet in alle gevallen hoeven alle tussenstappen uit het beoordelingsmodel, zie figuur 2, opgeschreven te worden. In dit geval gaat het om een eenvoudige rekenstap en kan het niet anders dan dat de leerling aan 69 000 komt door 'oud – nieuw' ofwel '110 000 – 41 000' uit te rekenen. Als er enige twijfel bestaat over de wijze waarop een leerling aan een (tussen)antwoord komt, dan verdient de leerling het maximale aantal scorepunten niet en kijkt de corrector naar het beoordelingsmodel om te bepalen hoeveel scorepunten een leerling verdient. Of een leerling alle scorepunten verdient bij de gevraagde onderbouwing is dus altijd afhankelijk van de vraag die gesteld is en wat een leerling heeft opgeschreven. Het is aan de professionaliteit van de corrector(en) om te beoordelen of onweerlegbaar vastgesteld kan worden dat de leerling de juiste strategie heeft gebruikt of dat de leerling ook een andere, niet juiste strategie gevolgd kan hebben, het (tussen)antwoord gegokt kan hebben of een verkeerde gedachtegang gehad kan hebben.

Een andere leerling geeft het volgende antwoord:

63%

Het eindantwoord is wel correct, maar de gevraagde berekening ontbreekt. Deze leerling krijgt 0 scorepunten.

### Een niet juist beantwoorde vraag?

Zoals eerder opgemerkt is de onderverdeling in het beoordelingsmodel bedoeld voor het corrigeren van antwoorden >

die niet helemaal juist zijn. Pas als een eindantwoord niet klopt, onvoldoende onderbouwd is of een leerling ergens tijdens het beantwoorden van de vraag afhaakt, dan wordt de onderverdeling van de scorepunten van belang. De onderverdeling van de scorepunten geeft aan hoeveel scorepunten de leerling verdient. Dit klinkt in theorie heel simpel. In de praktijk merken we dat er interpretatieverschillen zijn die tot andere toekenningen van scorepunten kunnen leiden. We bespreken hieronder een aantal uitgangspunten. Deze uitgangspunten zijn gebaseerd op de algemene en vakspecifieke regels uit het cv.

### 1. Een kleine (reken)fout

Als een leerling ergens een kleine (reken)fout maakt, dan wordt er, conform vakspecifieke regel 1, 1 scorepunt in mindering gebracht. Het maakt dan niet uit of een leerling de strategie uit het cv gebruikt of een andere juiste strategie. Ter illustratie vraag 9 uit het centraal examen GL/TL 2019-1, zie figuur 3.

Vanaf 1970 benaderen we het aantal boeken in alle bibliotheken samen in Nederland met de formule

$$A = -40t^2 + 2160t + 15840$$

Hierin is  $A$  het aantal boeken ( $\times 1000$ ) en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  op 1 januari 1970.

3p 9 Laat met een berekening zien dat er volgens de formule op 1 januari 1988 afgerond 42 miljoen boeken waren.

figuur 3

Hierbij hoort dit beoordelingsmodel, zie figuur 4.

**9 maximumscore 3**

- $t$  is  $(1988 - 1970 =) 18$  (jaren) 1
- $A = (-40 \times 18^2 + 2160 \times 18 + 15840 =) 41760$  1
- Dit zijn  $41760 \times 1000$  boeken (en dit is afgerond 42 miljoen boeken) 1

figuur 4

Een leerling geeft het volgende antwoord:

$$A = -40 \times 19^2 + 2160 \times 19 + 15840 = 42440$$

$$42440 \times 1000 = 42.440.000 \text{ en dat is afgerond } 42 \text{ miljoen boeken.}$$

Deze leerling heeft bij het berekenen van  $t$  een rekenfout gemaakt en daardoor voor  $t$  de waarde 19 ingevuld. Voor deze rekenfout wordt een scorepunt in mindering gebracht. Deze leerling krijgt voor dit antwoord dus 2 scorepunten. Bij sommige vragen staat achter het eindantwoord 'of

nauwkeuriger'. Dit is om te voorkomen dat bij elke vraag waar de afronding niet uit de vraagstelling afgeleid kan worden, een afrondinstructie moet worden gegeven waardoor leerlingen onnodige scorepunten kunnen verliezen. Het is echter wel zo dat het eindantwoord *altijd* op de juiste wijze afgerond moet worden.

Stel nu dat in het beoordelingsmodel als eindantwoord 3,34 (of nauwkeuriger) staat en dit een afronding van 3,34379 is. Een leerling geeft als eindantwoord 3,3437. Het getal 3,3437 is dan wel nauwkeuriger dan 3,34 maar is in dit geval niet juist afgerond. Een leerling verliest in dit geval helaas 1 scorepunt vanwege verkeerd afronden. Een veel gestelde vraag is of een leerling tussentijds mag afronden. In de syllabus staat dat leerlingen moeten weten dat voortijdig afronden (of afkappen) ongewenste gevolgen kan hebben voor een gewenste nauwkeurigheid. Het is echter niet te zien aan het werk van de leerling of hij een tussenantwoord afgerond of afgekapt heeft opgeschreven maar wel gewoon doorrekent met het niet afgeronde antwoord in de rekenmachine. Daarom is de stelregel dat tussenantwoorden afgerond of afgekapt genoteerd mogen worden. Als corrector kijk je naar het eindantwoord. Als dat juist is, mag de corrector ervan uitgaan dat de leerling niet tussentijds heeft afgerond. Als daarentegen bij een vraag wordt doorgerekend met tussenantwoorden die afgerond of afgekapt zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet afgeronde tussenantwoorden, dan wordt dit gezien als een rekenfout en wordt bij de betreffende vraag 1 scorepunt in mindering gebracht.

In het cv staan achter tussenantwoorden vaak puntjes, bijvoorbeeld 3,28... . Dit doen we om aan te geven dat in het cv niet het hele tussenantwoord staat. We hebben de afgelopen jaren signalen gekregen dat correctoren van leerlingen verwachten dat zij ook puntjes achter een tussenantwoord zetten. Het is echter geenszins noodzakelijk dat leerlingen dit ook doen. Het mag, maar het hoeft niet.

### 2. Een onvolledige oplossing

Als een leerling ergens afhaakt in een oplossingsproces dat in het cv beschreven wordt, dan wordt de onderverdeling van de scorepunten gebruikt om vast te stellen hoeveel scorepunten een leerling verdient. De onderverdeling is opbouwend en dient dus gelezen te worden als: 'indien je niet verder komt dan hier, krijg je ... scorepunten'. Een leerling geeft het volgende antwoord op vraag 9, zie figuur 3:

$t = 18 \text{ jaar}$

Deze leerling komt niet verder dan de eerste stap en verdient 1 scorepunt.

Een ander voorbeeld:

$$t = 18$$

$$A = -40 \times 18^2 + 2160 \times 18 + 15\,840 = 41760$$

Deze leerling voert de eerste twee stappen goed uit, maar mist de laatste stap. Deze leerling verdient 2 scorepunten. Ook als de leerling deze twee stappen combineert zoals in het volgende voorbeeld, krijgt de leerling 2 scorepunten:

$$A = -40 \times 18^2 + 2160 \times 18 + 15\,840 = 41760$$

Volgt de leerling wel een juiste strategie maar een andere dan in het beoordelingsmodel staat, dan kan de onderverdeling houvast geven om scorepunten toe te kennen analoog aan de onderverdeling in het cv.

### 3. Een verkeerde oplossingsstrategie

Als een leerling een verkeerde oplossingsstrategie gekozen heeft die niet tot een juist eindantwoord leidt, dan kunnen er geen scorepunten toegekend worden. Hierbij zijn veel voorbeelden te bedenken. We hebben voor twee voorbeelden van leerlingantwoorden gekozen die soms tot discussie tussen correctoren leiden vanwege een stap die volgens het beoordelingsmodel 2 scorepunten waard is. Ter illustratie een vraag uit het digitale examen KB van 2019, zie figuur 5.

**Strijkplank**  
Je ziet een schets van het vooraanzicht van een strijkplank.  $AC = 75$  cm en  $BC = 105$  cm.  
De poten  $AD$  en  $BE$  kunnen draaien om het scharnierpunt  $C$ .

**Bereken hoeveel cm de lengte van CT is. Typ je berekening in.**

| Correctievoorschrift             |   |
|----------------------------------|---|
| $\sin 43^\circ = \frac{CT}{105}$ | 2 |
| $CT = 72$ (cm) (of nauwkeuriger) | 1 |

figuur 5

Een leerling die hier de cosinus of tangens van  $43^\circ$  berekent, verdient geen scorepunt. Berekent de leerling wel de sinus van  $43^\circ$ , maar rekent hij niet in een rechthoekige driehoek of gebruikt de leerling een verkeerde verhouding, dan krijgt deze leerling ook geen scorepunten. Een leerling geeft het volgende antwoord:

$$\text{Sin hoek B} = \text{overstaande zijde} : \text{schuine zijde}$$

$$\text{Sin } 43^\circ = CT : 100$$

$$CT = 68 \text{ cm}$$

Deze leerling schrijft in de eerste zin dan wel de juiste verhouding voor de sinus op, maar rekent niet in een rechthoekige driehoek. Deze leerling laat niet zien dat hij de juiste strategie op de juiste manier kan toepassen en krijgt 0 scorepunten voor dit antwoord. Een andere leerling geeft het volgende antwoord:

$$\text{Sin } 43^\circ = 105 : CT$$

$$CT = 154 \text{ cm}$$

Ook deze leerling laat niet zien dat hij de juiste strategie op de juiste manier kan toepassen en krijgt 0 scorepunten voor dit antwoord.

### 4. Onderbouwde conclusie

Bij sommige vragen wordt om een conclusie gevraagd. Als een leerling op basis van een verkeerde of onvolledige berekening of redenering een conclusie trekt die niet goed onderbouwd is, dan krijgt de leerling wellicht scorepunten voor een deels juiste berekening maar niet voor de conclusie. Ook niet als de conclusie van de leerling overeenkomt met de conclusie in het beoordelingsmodel. Ter illustratie een vraag uit het digitale centrale examen BB uit 2019, zie figuur 6.

**Brommerrijbewijs**  
Stijn wil zijn brommerrijbewijs halen. De kosten daarvoor zijn:  
- een vast bedrag van € 149,50 en  
- een bedrag van € 35,- voor elke rijles.  
Stijn heeft € 400,- gespaard voor het halen van zijn brommerrijbewijs.

**Bereken hoeveel rijlessen Stijn maximaal kan nemen om met dit gespaarde geld zijn brommerrijbewijs te halen. Typ je berekening in.**

| Correctievoorschrift                       |   |
|--------------------------------------------|---|
| $7 \times 35 + 149,50 = (\text{€}) 394,50$ | 1 |
| $8 \times 35 + 149,50 = (\text{€}) 429,50$ | 1 |
| Het antwoord: 7 (rijlessen)                | 1 |

figuur 6

Een leerling kan pas de juiste conclusie trekken als hij aantoont dat 7 lessen minder dan 400 en 8 lessen meer dan 400 euro kost. Stel een leerling heeft het volgende antwoord gegeven:

$$6 \times 35 + 149,50 = 359,50$$

$$7 \times 35 + 149,50 = 394,50$$

Stijn kan maximaal 7 rijlessen nemen.

Deze leerling verdient voor dit antwoord 1 scorepunt. De eerste berekening is irrelevant voor de conclusie. De tweede berekening is wel relevant voor de conclusie en de leerling verdient daar 1 scorepunt voor. De leerling laat niet met een berekening of in woorden zien dat 8 lessen meer dan 400 euro kosten. Aan dit antwoord kan een corrector niet zien of de leerling de conclusie op basis van een juiste berekening of beredenering getrokken heeft. De leerling krijgt daarom dan ook géén scorepunten voor de conclusie. Een veel besproken vraag is vraag 11 uit het GL/TL-examen van 2019, zie figuur 7.

Vanaf 1970 benaderen we het aantal boeken in alle bibliotheken samen in Nederland met de formule

$$A = -40t^2 + 2160t + 15840$$

Hierin is  $A$  het aantal boeken ( $\times 1000$ ) en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  op 1 januari 1970.

4p11 Op 1 januari van welk jaar was volgens de formule het aantal boeken maximaal? Schrijf je berekening op.

figuur 7

Met het volgende beoordelingsmodel, zie figuur 8.

|           |                                                              |   |
|-----------|--------------------------------------------------------------|---|
| <b>11</b> | <b>maximumscore 4</b>                                        |   |
|           | • Invullen van $t = 26$ geeft 44 960 ( $\times 1000$ boeken) | 1 |
|           | • Invullen van $t = 27$ geeft 45 000 ( $\times 1000$ boeken) | 1 |
|           | • Invullen van $t = 28$ geeft 44 960 ( $\times 1000$ boeken) | 1 |
|           | • Het antwoord: (op 1 januari 1970 + 27 is) 1997             | 1 |

figuur 8

Bij deze vraag werd expliciet gevraagd naar een jaar waarin het aantal boeken maximaal is. Om dit jaar te kunnen vinden zijn er drie berekeningen nodig. Alleen  $t = 26$  en  $t = 27$  invullen, toont niet aan dat het maximum op 1 januari 1997 lag. Een leerling die alleen deze berekeningen heeft uitgevoerd en daaruit direct tot het antwoord 1997 kwam, verdient dus 2 scorepunten voor de twee berekeningen en géén scorepunt voor de ten onrechte getrokken conclusie. Als een leerling alleen  $t = 26$  en  $t = 28$  heeft uitgerekend en aangeeft dat de uitkomsten gelijk zijn, het om een parabool gaat en het maximum dus bij  $t = 27$  moet liggen en dan tot de conclusie komt dat het antwoord 1997 moet zijn, verdient wel alle scorepunten. Het eindantwoord is juist en volledig onderbouwd, dus het maximale aantal scorepunten waard. In feite is de onderverdeling van het beoordelingsmodel bij dit antwoord niet relevant.

## Tot slot

Met dit artikel hebben we geprobeerd meer duidelijkheid te geven over de opbouw en bedoeling van het cv bij een centraal examen vmbo wiskunde. We zijn ingegaan op het nut en de noodzaak van het beoordelingsmodel, de onderverdeling van de scorepunten en de verantwoordelijkheid van de corrector daarbij. Als een eindantwoord juist is en

voldoende onderbouwd dan krijgt de leerling het maximale aantal scorepunten, maar alleen wanneer de corrector uit de onderbouwing van de leerling onweerlegbaar kan vaststellen dat de leerling een juiste strategie heeft gevolgd. Bij twijfel krijgt de leerling niet het maximale aantal scorepunten en kijkt de corrector naar het beoordelingsmodel om te bepalen hoeveel scorepunten een leerling verdient. Ook hebben we aandacht besteed aan kleine (reken)fouten, onvolledige oplossingen, verkeerde oplossingsstrategieën en het onderbouwen van conclusies. We realiseren ons dat dit artikel niet alle mogelijke onduidelijkheden en discussiepunten voor nu en in de toekomst wegneemt. We hopen echter wel dat dit artikel bijdraagt aan de gelijkwaardigheid van de beoordelingen van antwoorden van leerlingen en helpt bij gesprekken tussen eerste en tweede correctoren.

## Noten

- [1] Bij de digitale centrale examens van 2021 vindt een pilot tweede correctie plaats. Als de pilot goed verloopt, wordt de tweede correctie verplicht.
- [2] In het algemene deel van het cv van de CSE's zijn regels opgenomen die niet van toepassing zijn bij de digitale centrale examens zoals het omgaan met meerkeuzevragen en regels die administratief van aard zijn. Inhoudelijk zijn de regels hetzelfde.
- [3] Vlak voor de start van de digitale centrale examens worden de algemene regels en de vakspecifieke regels geldend voor dat examenjaar naar de examensecretarissen en de geregistreerde docenten gestuurd.
- [4] Als deze docenten van mening zijn dat leerlingen verschillende strategieën zullen gebruiken, wordt er meer dan één oplossingsstrategie opgenomen.
- [5] Regel 3.1 en 3.3 bij de CSE's en regel 2.1 en 2.3 bij de digitale centrale examens.
- [6] Regel 3.6 bij de CSE's, regel 2.6 bij de digitale centrale examens.

## Over de auteurs

Madeleine Vliegthart is voorzitter vaststellingscommissie wiskunde vmbo en Ingeborg Riedijk is clustermanager exacte vakken vmbo bij het CvTE. E-mailadres: [info@cvte.nl](mailto:info@cvte.nl)

Bij het schrijven van dit artikel is ervan uitgegaan dat de centrale examens in 2021 plaatsvinden op de wijze die minister Slob in december in zijn brief aan de Tweede Kamer bekend heeft gemaakt. Dit artikel is tot stand gekomen in samenwerking met de NVvW en Cito.