

EXAMENWERKWOORDEN VAN WISKUNDE EN NATUURKUNDE AFGESTEMD

Jacqueline Wooning

In de syllabi voor de examenprogramma's natuurkunde en wiskunde havo en vwo zijn *examenwerkwoorden*^[1] opgenomen. Onder *examenwerkwoorden* verstaan we woorden die in de vragen van een examen worden gebruikt om de kandidaat duidelijk te maken wat er van hem verwacht wordt.

Voorbeelden zijn: *bereken, bepaal, leg uit*. De lijst van examenwerkwoorden is niet uitputtend. Er mogen in examens ook andere woorden gebruikt worden dan die in de lijst. Maar als een woord uit de lijst gebruikt wordt, ligt de betekenis ervan vast.

In de examens natuurkunde werden deze woorden al lange tijd gebruikt, maar de exacte betekenis was nergens vastgelegd. In de natuurkundesyllabi voor het nieuwe programma is dat nu wel gebeurd.

Voor wiskunde werd al vele jaren gebruikgemaakt van het *Nomenclatuurrapport* van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, waarin de betekenis van diverse examenwerkwoorden is omschreven. Een update van deze lijst is in de wiskundesyllabi 2014 havo en vwo opgenomen en heeft daarmee een officiële status gekregen.^[2]

Afstemming?

Leerlingen met wiskunde en natuurkunde in hun vakkenpakket krijgen in hun examens te maken met examenwerkwoorden die bij wiskunde een andere omschrijving (en soms betekenis) hebben dan bij natuurkunde. Ondanks de aandacht die docenten in de klas besteden aan de betekenis van de examenwerkwoorden is dit geen wenselijke situatie. Daarom heeft het CvTE besloten – mede op advies van de SLO-werkgroep *Afstemming wiskunde-natuurkunde tweede fase*^[3] – een commissie in te stellen

met de opdracht, op basis van de bestaande twee lijsten, nieuwe lijsten te maken met een zo groot mogelijke onderlinge afstemming van de examenwerkwoorden. De commissie bestaat uit leden van de vaststellingscommissies natuurkunde, wiskunde AC en wiskunde B en toetsdeskundigen van Cito. Inmiddels zijn de nieuwe lijsten klaar; ze worden in 2019 van kracht en zullen te vinden zijn in de syllabi 2019 van natuurkunde en wiskunde. De gecombineerde lijst is gepubliceerd op examenblad.nl (www.examenblad.nl/nieuws/20170322/nieuwe-lijsten-examenwerkwoorden/2019).

Aan het werk

Bij het bestuderen van de oorspronkelijke lijsten viel het de commissie op dat de diverse examenwerkwoorden op zeer verschillende wijze beschreven waren. Bij natuurkunde werd voor elk examenwerkwoord een definitie gegeven, bij wiskunde was er vaak geen omschrijving, maar werd een toelichting gegeven over de aanpak of het gebruik van hulpmiddelen. Zie het voorbeeld in tabel 1. De commissie is begonnen de bestaande omschrijvingen in beide lijsten zó te herformuleren, dat deze voor natuurkunde en wiskunde zo eensluidend mogelijk zijn en uit de omschrijving duidelijk is op welke wijze en met welke hulpmiddelen de kandidaat het gevraagde moet beantwoorden. Daarom begint elke omschrijving met een beschrijving van de activiteit of handeling.

natuurkunde (oude lijst)	wiskunde (oude lijst)
Bepaal De kandidaat moet de waarde van een grootheid vaststellen en/of uitrekenen, uitgaande van gegevens in grafieken of figuren of door het maken van een constructie. Uit de uitwerking moet duidelijk blijken welke formules en/of principes zijn toegepast, welke waarden de kandidaat heeft gebruikt en welke stappen zijn gezet.	Bepalen De wijze waarop het antwoord gevonden wordt is vrij. Een toelichting is vereist.

tabel 1 Verschil examenwerkwoord *bepalen* tussen natuurkunde en wiskunde in de oude lijsten

Als door verschillen tussen natuurkunde en wiskunde één gemeenschappelijke omschrijving niet mogelijk is, zijn twee omschrijvingen naast elkaar geplaatst, zodat overeenkomsten en verschillen in beeld worden gebracht. Bij het bespreken van de examenwerkwoorden in de klas is zo voor leerlingen duidelijk wat van hen bij elk van deze twee examenvakken wordt verwacht.

Verschillen in de omschrijving van examenwerkwoorden komen voort uit de karakterverschillen tussen natuurkunde en wiskunde. Ook stelt natuurkunde andere eisen aan het (eind)antwoord dan wiskunde.

Bij natuurkunde wordt gewerkt met significantie. Daarbij worden regels gehanteerd voor het aantal significante cijfers dat een uitkomst dient te hebben na het toepassen van wiskundige bewerkingen zoals optellen en vermenigvuldigen.

Bij wiskunde moet de berekening zó worden gemaakt, dat het antwoord een nauwkeurigheid heeft die in overeenstemming is met het gevraagde aantal decimalen. In de wiskundesyllabi valt te lezen: *'een kandidaat moet weten dat tussentijds afronden gevolgen kan hebben voor het eindantwoord en dient hiernaar te handelen.'* In context-opgaven moet de gewenste nauwkeurigheid soms uit de probleemsituatie worden afgeleid.

Daarnaast verschillen de toegestane hulpmiddelen. Bij natuurkunde gebruikt men een informatieboek (*Binas* of *ScienceData*) en een gewone rekenmachine, bij wiskunde is de grafische rekenmachine toegestaan, zodat ook onderzoek kan worden gedaan naar bijvoorbeeld eigen-

schappen van formules en grafieken. In de wiskundelijst zijn voor wiskunde B de bijwoorden *algebraïsch* en *exact* opgenomen om aan te kunnen geven dat gebruik van 'specifieke opties van de grafische rekenmachine',^[4] niet is toegestaan. Als naar een *exacte* of *algebraïsche* oplossing wordt gevraagd, mag de grafische rekenmachine alleen worden ingezet voor het gewone rekenwerk en niet voor procedures zoals het oplossen van vergelijkingen, het zoeken naar of bepalen van nulpunten en het benaderen van hellingen en oppervlakten. Bij een *exacte* oplossing mogen tussenantwoorden en eindantwoord niet benaderd worden, bij *algebraïsch* is dit wel toegestaan, zowel bij tussenantwoorden als bij het eindantwoord.^[5]

Hieronder volgt een toelichting op enkele examenwerkwoorden uit de nieuwe lijsten.

Voorbeelden: bepalen en berekenen

In tabel 2 zijn twee examenwerkwoorden gegeven waarvan de omschrijvingen verschillen.

Hier is te zien dat de examenwerkwoorden *bepalen* en *berekenen* bij natuurkunde voorkomen bij vragen in context: de kandidaat moet gegevens gebruiken uit de opgave of uit het informatieboek (zie figuur 1: vragen 6 en 7) of bij *bepalen* in een grafiek of figuur (zie figuur 1: vraag 9).^[6]

Bij wiskunde worden naast een formuleblad geen andere informatiebronnen dan de opgave gebruikt. *Bepalen* komt zowel bij vragen naar aanleiding van een context als in

	Algemeen: Tenzij anders aangegeven, is de wijze waarop het antwoord gevonden wordt vrij.	
	natuurkunde	wiskunde
<i>Bepalen</i>	Het gevraagde vaststellen en/of uitrekenen, uitgaande van gegevens in: <ul style="list-style-type: none"> • een grafiek • een figuur in de opgave of <ul style="list-style-type: none"> • andere informatiebronnen • door het maken van een constructie Uit de uitwerking moet blijken welke formules en/of principes zijn toegepast, welke waarden zijn gebruikt en welke stappen zijn gezet.	Het gevraagde vaststellen en/of uitrekenen. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet.
<i>Berekenen</i>	Het gevraagde uitrekenen, uitgaande van gegevens in de opgave en/of andere informatiebronnen. Uit de uitwerking moet blijken welke formules en/of principes zijn toegepast, welke waarden zijn gebruikt en welke stappen zijn gezet.	Het gevraagde uitrekenen. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet.

tabel 2 Verschillen tussen natuurkunde en wiskunde bij *bepalen* en *berekenen* in de nieuwe lijsten

Fontein van Genève

In het Meer van Genève bevindt zich een van de grootste fontein ter wereld. Bij de fontein hangt een informatiebordje. De tekst op dit bordje staat, vertaald, weergegeven in figuur 1.

figuur 1



Fontein van Genève

Elke seconde wordt er 450 liter water de lucht in gestuwd tot een hoogte van 140 m.

Het water wordt met twee pompen door een spuitmond gespoten met een snelheid van 200 km/h. De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW.

Na zonsondergang wordt de straal verlicht door een aantal lampen met een gezamenlijk vermogen van 13,5 kW.

Fontein in werking:
maandag tot vrijdag: 10.00 - zonsondergang
vrijdag tot en met zondag: 10.00 – 22.30 uur.

De pompen zijn parallel aangesloten op een spanning van 2400 V.

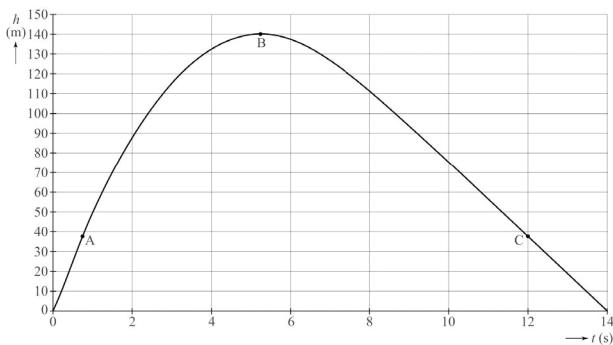
6 Bereken de stroomsterkte door de kabels naar de fontein als beide pompen aan staan.

De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW. Het water wordt met een snelheid van 200 km h^{-1} uit de spuitmond gespoten.

- 7 Bereken het rendement van de elektrische pompen. Neem hierbij voor de dichtheid van water $1,00 \text{ kg L}^{-1}$.
- 8 Toon met een berekening aan of het water de maximale hoogte die op het bordje staat kan halen.

Van de beweging van een waterdruppel in de straal van de fontein is, met een computer, een model gemaakt. In dit model is rekening gehouden met de zwaartekracht en de wrijvingskracht op de druppel. In figuur 2 is het (h, t) -diagram weergegeven dat bij het model hoort.

figuur 2



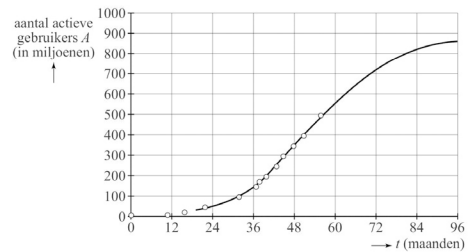
Figuur 2 staat ook op de uitwerkbijlage.

- 9 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de snelheid van de druppel als deze druppel het wateroppervlak weer raakt.

figuur 1 Fontein van Genève uit examen havo natuurkunde 2016-I

wiskundevraagstukken voor. Bij vraag 18 van het examen wiskunde A havo 2015-I (zie figuur 2) is sprake van een context en moet de kandidaat redeneren over en rekenen aan een gegeven formule, waarbij de grafiek helpt om de juiste strategie te bedenken.

Bij vraag 4 van het examen havo wiskunde B 2015-I^[6] zijn een functie en een grafiek gegeven en wordt gevraagd de afgeleide te *bepalen*: zonder de figuur of andere informatiebronnen te gebruiken. Hier volstaat een uitwerking waaruit blijkt welke stappen zijn gezet.



Bij deze grafiek hoort de formule:

$$A = \frac{4500}{5 + 310 \cdot 0,926^t}$$

Hierin is A het aantal actieve gebruikers in miljoenen en t de tijd in maanden met $t = 0$ op 1 december 2005.

- 17 Bereken voor welke gehele waarde van t er volgens de formule voor het eerst meer dan 730 miljoen actieve gebruikers zijn.

Volgens de formule zal het aantal actieve gebruikers uiteindelijk nauwelijks meer toenemen en een grenswaarde benaderen.

- 18 Bepaal deze grenswaarde met behulp van de formule.

figuur 2 Sociaal netwerk uit examen havo wiskunde A 2015-I

Bij *berekenen* zijn in wiskundeopgaven vaak verschillende oplossingsstrategieën mogelijk. Bij vraag 14 van het examen vwo wiskunde A 2016-I^[6] leest de kandidaat eerst een of twee punten van de lijn uit de grafiek af, waarna hiermee een berekening volgt. Bij vraag 21 van het pilot-examen vwo wiskunde A 2016-I^[6] helpen de figuren 2 en 3 de kandidaat een handige oplossingsstrategie te kiezen: systematisch tellen of handig tellen, daarbij rekening houdend met bijvoorbeeld symmetrie of terugkerende patronen. Bij natuurkunde kan het nodig zijn andere informatiebronnen te raadplegen.

Zowel bij *bepalen* als bij *berekenen* is bij natuurkunde én bij wiskunde alleen een antwoord niet voldoende zoals blijkt uit de toevoeging: *uit de uitwerking moet blijken (natuurkunde: welke formules en/of principes zijn toegepast, welke waarden zijn gebruikt en) welke stappen zijn gezet.*

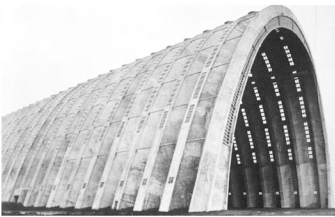
Voorbeelden: aantonen en onderzoeken

Een deel van de nieuwe lijst met voorbeelden van examenwerkwoorden *met één gemeenschappelijke omschrijving* is in tabel 3 te vinden.

Bij het maken van de nieuwe lijsten werd duidelijk dat het werkwoord *aantonen* bij natuurkunde anders kan worden gebruikt dan bij wiskunde. Bij natuurkunde kan worden gevraagd *aan te tonen of* het gestelde juist is (zie vraag 8 in figuur 1), terwijl bij wiskunde een vraag van dit type wordt geformuleerd als: *onderzoek of* dit juist is (zie vraag 3 in figuur 3). Bij deze beide vraagstellingen is niet a priori duidelijk of het gestelde daadwerkelijk juist is en moet de kandidaat dus eindigen met een conclusie als: 'de bewering is waar' of 'de bewering is niet waar'.

	Algemeen: Tenzij anders aangegeven, is de wijze waarop het antwoord gevonden wordt vrij.
	natuurkunde en wiskunde
Aantonen dat, laten zien dat	Het geven van een redenering en/of bepaling en/of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.
Aantonen of (natuurkunde), onderzoeken of (wiskunde)	Het geven van een redenering en/of bepaling en/of berekening waaruit de (on)juistheid van het gestelde blijkt. Het antwoord moet worden afgesloten met een conclusie. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet, tenzij het geven van een tegenvoorbeeld tot de juiste conclusie leidt.

tabel 3 Examenwerkwoorden *aantonen*, *laten zien* en *onderzoeken* in de nieuwe lijst



De hangar op de foto is 175 meter lang. De opening in het vooraanzicht van de hangar heeft de vorm van een parabool.

In figuur 1 zie je deze parabool in een assenstelsel waarvan de x -as op de grond gekozen is en de y -as door de top gaat. Voor de coördinaten van de punten van deze parabool geldt bij benadering de volgende formule:

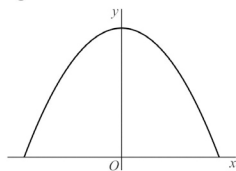
$$y = -0,0306x^2 + 56,6$$

Hierbij zijn x en y in meter.

De hangar op de foto is zo groot dat zelfs een Boeing 747, lange tijd het grootste passagiersvliegtuig ter wereld, er met gemak in past. In 2012 was de Airbus A380 het grootste passagiersvliegtuig ter wereld. De lengte van de Airbus A380 is 72,8 meter. De maximale breedte – van het ene vleugeluiteinde naar het andere – van de Airbus A380 is 79,8 meter. De hoogte boven de grond van de vleugeluiteinden is 11,0 meter.

- 3 Onderzoek of de Airbus A380 in de lengterichting in de hangar past.

figuur 1



figuur 3 Hangar uit examen havo wiskunde B 2015-I

Met de nieuwe lijst is ervoor gekozen beide te handhaven: *aantonen of* bij natuurkunde en *onderzoeken of* bij wiskunde. Bij wiskunde sluit zo voor kandidaten het onderscheid tussen *onderzoeken of* en *aantonen dat* (waar de juistheid van het gestelde al vastligt, zie vraag 10 in figuur 4) beter aan bij de onderwijspraktijk.

Omdat bij natuurkunde het examenwerkwoord *onderzoeken* verband houdt met het praktische onderzoek en meestal is gekoppeld aan practicumopdrachten, is de betekenis compleet anders dan bij wiskunde. Daarom zijn bij natuurkunde *aantonen dat* en *aantonen of* beide in gebruik.

Voorbeeld: afleiden van ...

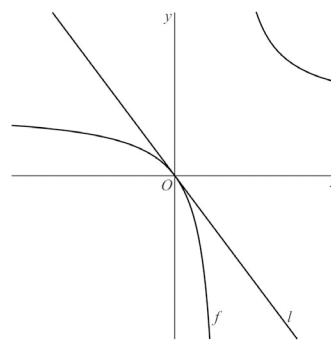
Het *afleiden van een formule of eenheid* in een gegeven situatie is bij natuurkunde gebruikelijk. Bij wiskunde wordt meestal gevraagd een formule af te leiden. In dergelijke gevallen moet de kandidaat aangeven welke stappen zijn gezet.

In vraag 16 van het examen vwo wiskunde A 2016-2^[6] wordt gevraagd aan te tonen dat euro per maand de eenheid van TO is. Bij deze vraag had ook gevraagd kunnen worden deze eenheid van TO af te leiden uit de gegeven eenheden.

Gebroken functie en raaklijn

De functie f is gegeven door $f(x) = \frac{12}{x-3} + 4$. Lijn l raakt in de oorsprong aan de grafiek van f . Zie figuur 1.

figuur 1



De richtingscoëfficiënt van l is $-\frac{4}{3}$.

- 10 Toon met behulp van differentiëren aan dat de richtingscoëfficiënt van l inderdaad $-\frac{4}{3}$ is.

figuur 4 Gebroken functie en raaklijn uit examen havo wiskunde B 2016-I

Voorbeeld: bewijzen

Bewijzen (dat) (alleen wiskunde B)	Het geven van een redenering en/of exacte berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet. Het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden voldoet niet, tenzij het geven van een tegenvoorbeeld tot de juiste conclusie leidt
---------------------------------------	--

tabel 4 Het examenwerkwoord *bewijzen* in de nieuwe lijst voor alleen wiskunde B.

De wiskundelijst bevat het 'strengere' examenwerkwoord *bewijzen*, dat alleen bij wiskunde B wordt gebruikt. Als een bewijs wordt gevraagd, moet de kandidaat redeneren of een *exacte* berekening uitvoeren, dus zonder gebruik te maken van de specifieke eigenschappen van de grafische rekenmachine. Elke bewijsstap moet worden beschreven. Controle door een of meer voorbeelden is onvoldoende. In sommige gevallen is het geven van een tegenvoorbeeld wél voldoende, namelijk als hiermee de onjuistheid van het gestelde wordt bewezen.

Tot slot

We hopen dat de nieuwe lijsten examenwerkwoorden voor de vakken natuurkunde en wiskunde meer duidelijkheid geven aan onze eindexamenkandidaten. En we nemen aan dat de gecombineerde lijst bij het voorbereiden op het eindexamen zal helpen bij het bespreken van de overeenkomsten en verschillen in vraagstelling bij natuurkunde en wiskunde. Wellicht kan deze lijst zelfs een eerste stap zijn op weg naar verdere afstemming met de andere bèta-vakken.

Alle voorbeelden van examenopgaven (ook de voorbeelden die niet afgebeeld zijn) zijn terug te vinden op de site.

 vakbladeuclides.nl/927cvte

Noten

- [1] In de examen(werk)woordenlijst voor wiskunde worden ook de bijwoorden 'algebraïsch' en 'exact' omschreven. In verband met het leesgemak van dit artikel worden desondanks de in de lijst beschreven woorden 'examenwerkwoorden' genoemd.
- [2] Zie artikel '(Werk)woorden in de centrale examens' in *Euclides* 88-4 (februari 2013).
- [3] Voor het adviesrapport van deze werkgroep zie www.slo.nl/organisatie/recentepublicaties/afstemmingwina
- [4] Met 'specifieke opties' wordt bedoeld op alles wat het gewone rekenwerk ontstijgt, zoals procedures om vergelijkingen op te lossen, nulpunten te zoeken of hellingen en oppervlakten te benaderen. Omdat technologie zich blijft ontwikkelen en de grafische rekenmachine veel stof doet opwaaien onder wiskundedocenten, heeft het CvTE de werkgroep *ICT bij het CE wiskunde havo/vwo* ingesteld met de opdracht de toekomst van ICT bij de centrale examens wiskunde nader te onderzoeken, zodat mogelijk de grafische rekenmachine als hulpmiddel kan worden vervangen door GeoGebra in een omgeving van Facet.
- [5] Als de vergelijking $7 \cdot \log(x) - 2 = 0$ exact moet worden opgelost, noteert de kandidaat bijvoorbeeld $7 \cdot \log(x) = 2$ dus $\log(x) = 2/7$ dus $x = 10^{2/7}$. Bij een algebraïsche oplossing worden deze laatste twee stappen: $\log(x) \approx 0,29$ dus $x \approx 1,93$.
- [6] vakbladeuclides.nl/927cvte

Over de auteur

Jacqueline Wooning is clustermanager exacte vakken havo/vwo bij het College voor Toetsen en Examens. Dit artikel is tot stand gekomen in samenwerking met de voorzitters van de vaststellingscommissies natuurkunde, wiskunde AC en wiskunde B en de toetsdeskundigen van het Cito. E-mailadres: info@cvte.nl