



College voor Examen

Bijlage bij de syllabus wiskunde A havo 2017

Hoofdstuk 3 voorbeeld(examen)opgaven

Voorwoord

Dit document hoort bij de syllabus wiskunde A havo 2017 en bevat de voorbeeld(examen)opgaven waarnaar in hoofdstuk 3 van deze syllabus wordt verwezen.

In de inleiding op de volgende pagina vindt u een toelichting op de verschillende categorieën opgaven, gevolgd door tabellen waarin een koppeling is gemaakt tussen de specificaties van het CE-deel van het examenprogramma en de opgaven. Deze tabellen zijn ook in hoofdstuk 3 van de syllabus opgenomen.

Daarna vindt u de voorbeeldopgaven, de voorbeeldexamenopgaven en de pilotexamenopgaven, gevolgd door uitwerkingen respectievelijk correctievoorschriften.

Inleiding

In deze bijlage worden voorbeeld(examen)opgaven gegeven ter verduidelijking van de specificaties in de categorie 'productieve vaardigheden' en om een indicatie te geven van het te verwachten niveau van de bijbehorende examenopgaven. Deze voorbeeld(examen)opgaven zijn in drie categorieën ingedeeld:

- **voorbeeldopgaven:** deze zijn bedoeld ter illustratie van de specificaties, niet om het niveau aan te duiden;
- **voorbeeldexamenopgaven:** deze zijn bedoeld om én de specificaties te verduidelijken én om het niveau van de examenopgaven aan te geven;
- **pilotexamenopgaven:** deze opgaven zijn ontleend aan de pilotexamens 2011 en 2012, eerste en tweede tijdvak; ook deze zijn bedoeld ter verduidelijking van de specificaties en als indicatie van het niveau van de examenopgaven.

In de volgende tabel wordt dit zichtbaar gemaakt.

	<i>verduidelijking van specificaties</i>	<i>aanduiding van examenvragenniveau</i>
<i>voorbeeldopgaven</i>	x	
<i>voorbeeldexamenopgaven</i>	x	x
<i>pilotexamenopgaven</i>	x	x

Voor het gemak van de lezer zijn al deze opgaven opgenomen in deze bijlage in de volgorde: voorbeeldopgaven, voorbeeldexamenopgaven, pilotexamenopgaven. Bovendien zijn de volledige pilotexamens 2011 en 2012, eerste en tweede tijdvak, opgenomen. Daarin is aangegeven welke pilotexamenopgaven of pilotexamenvragen niet bij het definitieve programma voor het centraal examen horen. Voor de volledigheid: naar de pilotexamens van 2013 en daarna wordt niet verwezen, omdat die op het moment dat dit deel van de syllabus werd geschreven, nog niet beschikbaar waren. Uiteraard zijn ook deze pilotexamens en die van de volgende jaren eveneens goede bronnen voor de centrale examens van het nieuwe programma.

In tabellen wordt per subdomein en specificatie aangegeven welke voorbeeldopgave(n), voorbeeldexamenopgave(n) en/of pilotexamenopgave(n) daarbij horen. Ook is een tabel opgenomen waarin zichtbaar wordt gemaakt welke pilotexamenopgaven met name de specificaties van subdomein A3 Wiskundige vaardigheden illustreren.

Van de voorbeeld(examen)opgaven zijn uitwerkingen opgenomen, van de pilotexamens de correctievoorschriften.

Van de subdomeinen E1 tot en met E4 zijn geen pilotexamenopgaven en voorbeeldexamenopgaven beschikbaar, omdat deze subdomeinen niet tot het CE-deel van het pilotprogramma behoren. In de bijbehorende tabel staat alleen een verwijzing naar de voorbeeldopgaven. Naar verwachting verschijnt in de zomer van 2015 een set voorbeeldexamenopgaven bij dit domein. Die zal gepubliceerd worden op www.cve.nl.

Voorbeeldexamen

Uiterlijk voor de zomer van 2016 zal een voorbeeldexamen verschijnen. Dit is of het eerste pilotexamen volgens deze definitieve syllabus dat op de pilotscholen wordt afgenomen of het is een speciaal voor dit doel ontwikkeld voorbeeldexamen. Dit examen zal te zijner tijd te vinden zijn op www.cve.nl.

Daarnaast kunnen eerder afgenomen pilotexamens een goed beeld geven van de te verwachten centrale examens vanaf 2017. Pilotexamens zijn de examens die op de pilotscholen van het nieuwe wiskunde A programma in de jaren 2011-2015 zijn/worden afgenomen. Deze examens zijn geconstrueerd aan de hand van de werkversies van de syllabus bij het experimentele examenprogramma wiskunde A. Het experimentele examenprogramma verschilde echter wel substantieel van het definitieve examenprogramma. Zo werd domein E in de pilot niet getoetst in het centraal examen en subdomein B3 en domein D juist wel.

Indeling opgaven naar specificaties

De *voorbeeldopgaven* die betrekking hebben op de domeinen B en C, in relatie tot domein A, zijn:

- a. Gewicht
- b. Vliegen en zwemmen
- c. Verpakkingen
- d. Het HABOG
- e. File
- f. Vijvertest

De *voorbeeldopgaven* die betrekking hebben op het domein E, in relatie tot domein A, zijn:

- g. Weg met de wekker
- h. De melkboer
- i. Erupties
- j. Priesters
- k. Wachtlijsten
- l. Het bedrijf
- m. Teksten vergelijken
- n. Wasdrogers
- o. Huwelijken
- p. Toerisme en malaria

De *voorbeeldexamenopgaven* die betrekking hebben op de domeinen B en C, in relatie tot domein A zijn:

- A. Platvissen
- B. Paslengte
- C. Glasdikte
- D. Bestrating
- E. CBS-cijfers
- F. Noordpoolijs
- G. China's defensie-uitgaven
- H. Brandstofverbruik
- I. Groene zone

De opgaven G, H en I zijn zogeheten korte-onderzoekopgaven, opgaven waarbij een probleemsituatie wordt geschetst gevolgd, door één vraag. Het aantal scorepunten hiervan varieert van 6 tot 8.

Domein B: Algebra en Tellen

Spec.	Pilotexamenopgaven	Voorbeeldexamenopgaven	Voorbeeldopgaven
Subdomein B1: Rekenen			
1	2012-I vraag 14 2012-II vragen 1, 4, 10 en 15	B vraag 3 C vraag 3 H	a vraag 1 d vraag 2 e vragen 1 en 2 n vraag 3
2	2011-I vragen 13 en 16 2011-II vraag 4 2012-I vragen 2 en 20 2012-II vragen 13 en 19	C vraag 1 F vraag 2 I	a vraag 1 b vragen 2 en 6 c vraag 4 e vragen 2 en 3
3			
4			e vraag 1
5	2011-I vragen 11, 17 en 18 2011-II vraag 3 2012-II vragen 10 en 19	C vraag 2 E vraag 1 F vraag 1 H	d vraag 2 e vraag 1
6			b vraag 2
Subdomein B2: Algebra			
1	2012-I vraag 15 2012-II vragen 11 en 14	D vragen 1, 2 en 4	a vraag 2 b vragen 1, 4 en 5 c vraag 5
2	2011-II vraag 7		a vraag 2 b vragen 1, 4 en 5 c vraag 5
3	2011-I vraag 20 2012-I vragen 3 en 18	D vragen 1, 2 en 4	a vraag 2
4		A vraag 1 B vragen 1, 2 en 3 I	a vragen 1 en 3 b vragen 2 en 6

Domein C: Verbanden

Spec.	Pilotexamenopgaven	Voorbeeldexamenopgaven	Voorbeeldopgaven
Subdomein C1: Tabellen			
1	2012-II vraag 19		
2	2011-I vraag 16		
3	2011-I vragen 1, 2, 13 en 16 2012-II vragen 1, 9, 12 en 13	C vragen 1, 3 en 4	e vragen 1, 3 en 5
4			e vraag 3
5	2012-II vraag 9		e vraag 3
6		A vraag 2	a vraag 5 e vraag 4
7	2011-I vragen 14 en 15		
8			e vraag 4
Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden			
1			e vraag 4
2	2011-II vraag 6		b vraag 3
3			d vraag 4
4	2011-I vraag 16 2011-II vragen 1, 3, 5, 8 en 10 2012-I vragen 4, 5 en 16 2012-II vraag 3	A vraag 1 B vraag 1 C vraag 1	b vraag 6 d vraag 4 e vraag 2
5	2011-I vragen 16 en 19	F vraag 4	
6	2011-I vragen 3 en 4 2011-II vragen 1, 3, 8 en 17 2012-II vragen 2 en 3	A vraag 1 C vragen 1, 2 en 4 F vragen 1 en 2 H	b vraag 6 c vraag 1 d vraag 4 e vraag 2
7	2011-I vraag 21	A vraag 2	a vraag 5 e vraag 4
8	2011-I vraag 21		o vraag 3
9	2011-I vraag 3 2011-II vraag 17 2012-II vraag 3		a vraag 4 c vraag 3
10			c vraag 3
11	2011-I vragen 10, 12 en 18 2011-II vragen 6, 16 en 19 2012-I vragen 1, 5, 12, 17 en 23 2012-II vragen 15, 17 en 18	A vraag 3 B vraag 2 C vraag 4 D vraag 5 G	a vraag 3 b vragen 1 en 6 c vraag 3 d vragen 1 en 3
12	2011-II vraag 16		c vraag 3
13			f vraag 4
14	2011-I vragen 10, 12 en 18 2011-II vragen 6, 16 en 19 2012-I vragen 1, 5, 12, 17 en 23 2012-II vragen 15, 17 en 18	A vraag 3 B vraag 2 C vraag 4 D vraag 5 G	b vragen 1 en 6 d vragen 1 en 3
15		A vraag 5	

Subdomein C3: Formules met één of meer variabelen			
Spec.	Pilotexamenopgaven	Voorbeeldexamenopgaven	Voorbeeldopgaven
1	2011-I vragen 11 en 17 2011-II vragen 5, 11 en 12 2012-I vragen 2, 4, 16, 17 en 23 2012-II vragen 10 en 13	B vraag 1 C vragen 1, 2 en 3 D vraag 3 E vragen 2 en 3	a vraag 1 c vragen 2 en 4
2	2011-II vraag 7 2012-I vraag 18	A vraag 5 D vragen 1 en 2	a vraag 2 b vraag 5 c vraag 5
3	2011-I vraag 20 2011-II vraag 12 2012-I vraag 15	B vraag 3 D vragen 3 en 4	a vraag 5 b vraag 4
4	2012-I vraag 3	D vraag 4	a vraag 2
Subdomein C4: Lineaire verbanden			
1	2011-II vragen 7 en 20		
2	2011-I vraag 5		
3	2011-I vragen 14 en 15 2012-I vraag 14 2012-II vragen 4 en 12	E vraag 2 F vraag 3	a vraag 4 e vraag 5
4	2011-I vragen 4 en 5 2011-II vragen 1 en 20 2012-I vragen 21 en 22 2012-II vragen 2 en 14		a vraag 4 c vraag 2 e vraag 2 i vraag 5
5	2012-I vraag 19		e vraag 5 f vraag 1
6	2011-I vraag 4 2011-II vraag 20 2012-I vraag 22		a vraag 3 b vraag 1
7	2011-II vraag 20	F vraag 3	
8			f vraag 4
Subdomein C5: Exponentiële verbanden			
1			f vraag 2
2	2011-I vragen 9 en 12 2011-II vragen 2 en 18 2012-I vragen 11 en 12 2012-II vragen 16, 17 en 18	E vraag 3 G	d vragen 1, 2, 3 en 4 e vraag 5 f vragen 2 en 3
3	2011-I vraag 10	E vraag 3 G	
4		A vraag 4	

Domein E: Statistiek

Spec.	Omschrijving	Voorbeeldopgaven
Subdomein E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen		
1	Opzet oordeel	n vragen 1 en 2
2	Presentatie, oordeel	g vraag 4 h vraag 1
3	Steekproef oordeel	g vraag 1 j vraag 2
4	Centrum, spreiding	m vraag 4
5	Discreet, continu	l vraag 1
6	Uitspraak, oordeel	i vraag 3
7	Relevante informatie	g vragen 6 en 7 h vraag 3 i vragen 1 en 4 k vragen 1 en 4 m vraag 4 o vragen 1 en 3
Subdomein E2: Data verwerken		
1	Representatie kiezen	h vraag 1 p
2	Schets andere representatie	i vraag 2
3	Karakteristieken	g vraag 2 m vraag 3
4	Samenhang	l vraag 2
5	Afleiden data	g vraag 3 h vragen 4, 5 en 7 i vraag 4 k vraag 1
Subdomein E3: Data en verdelingen		
1	Kwalitatieve Beschrijving	g vraag 2 i vraag 3 m vraag 1
2	Vuistregels normale verdeling	h vraag 6 i vragen 3 en 6 j vraag 1 n vraag 4 o vraag 4
3	Steekproef omvang	n vraag 4
Subdomein E4: Statistische uitspraken doen		
1	Verdelingen vergelijken	k vragen 2 en 3 m vraag 2
2	Verschil groepen	k vraag 2 m vraag 3
3	Steekproef vs populatie	h vragen 2 en 6 i vraag 7
4	Statistisch verband	o vraag 1
5	Samenhang, oorzaak	i vraag 7
6	Samenhang, interpretatie	i vraag 1 o vragen 1 en 2
7	Conclusie beoordelen	g vraag 8 h vraag 3 i vraag 3 j vraag 3 o vraag 5 p

Relatie met subdomein A3

Onderstaande examenvragen zijn bedoeld om de specificaties van subdomein A3 te verduidelijken.

	De kandidaat	Pilotexamenvragen
A3.1	beheerst de rekenregels;	2012-II: 19
A3.2	beheerst de specifieke algebraïsche vaardigheden;	2012-I: 3, 15, 18
A3.3	heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;	2011-I: 19
A3.4	kan wiskundige informatie ordenen en in probleemsituaties de wiskundige structuur onderkennen;	2012-I: 8
A3.5	kan bij een gegeven probleemsituatie een model opstellen in wiskundige termen;	2012-II: 2
A3.6	kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren binnen de context;	iedere korte onderzoeksopgave, bijv. 2012-I: 23
A3.7	kan vakspecifieke taal interpreteren en gebruiken	2012-I: 13
A3.8	kan de correctheid van wiskundige redeneringen verifiëren;	2012-I: 19
A3.9	kan eenvoudige wiskundige redeneringen correct onder woorden brengen;	2011-I: 19
A3.10	kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte ICT-middelen;	2012-I: 5
A3.11	kan antwoorden afronden op een voorgeschreven nauwkeurigheid dan wel op een nauwkeurigheid die past bij de probleemsituatie.	2012-I: 22

Voorbeeldopgaven

a Gewicht (uit Syllabus wiA HAVO 2011)

Wat voor iemand een gezond gewicht is, hangt (onder andere) af van de lichaamslengte. In de literatuur vind je verschillende methoden om het gewicht te bepalen aan de hand van de lichaamslengte.

Een van die methoden levert als ideaal gewicht voor vrouwen:

$$G = 100 \cdot L - 110$$

We noemen dit even formule (1).

In deze formule is het gewicht G in kilogrammen en de lengte L in meters.

Naast verschillende formules die een verband aangeven tussen het (ideale) gewicht en de lengte, maakt men ook vaak gebruik van de Body Mass Index, de BMI .

De formule voor de BMI ziet er als volgt uit: $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$

Ook in deze formule is G in kg en L in m.

- 1 Bereken de BMI van een vrouw die 176 cm lang is en het ideale gewicht heeft volgens formule (1).

Wanneer een vrouw een ideaal gewicht heeft dat voldoet aan de formule (1), kunnen we de formule voor de BMI zo schrijven dat deze alleen nog afhangt van de lengte L .

- 2 Schrijf op hoe de formule voor de BMI er dan uit ziet. Schrijf het antwoord als één breuk.

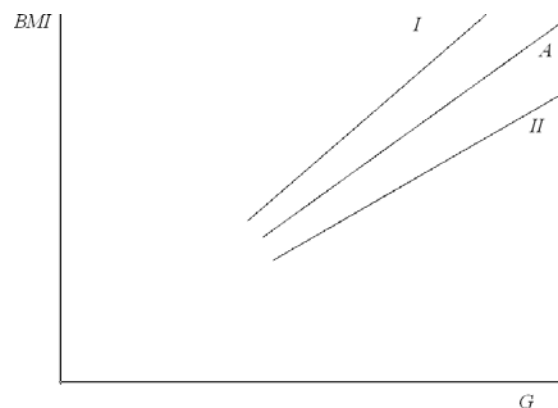
Volwassenen hebben geen invloed meer op hun lengte. Wel kunnen ze proberen hun gewicht te veranderen door bijvoorbeeld een dieet te gaan volgen. Dat is soms wel aan te raden want mensen met een te hoge BMI lopen grotere gezondheidsrisico's. Deskundigen gaan er van uit dat volwassenen 'gezond' zijn wanneer hun BMI ligt tussen 20 en 25.

Een volwassen man is 185 cm lang.

- 3 Bereken hoe zwaar deze man mag zijn om volgens de hierboven genoemde omschrijving 'gezond' te zijn.

Bij iedere volwassene van wie we de lengte weten, hangt de BMI dus nog alleen af van het gewicht G . We kunnen dan de grafiek tekenen van de BMI afhankelijk van G . In figuur 1 zie je van enkele volwassenen de (globale) grafiek van hun BMI . De 'middelste' grafiek hoort bij persoon A, die 170 cm lang is.

figuur 1



Een van de andere twee grafieken (*I* of *II*) hoort bij persoon *B* die 190 cm lang is.

- 4 Onderzoek welke van de grafieken *I* en *II* bij persoon *B* hoort. Geef een duidelijke toelichting op je antwoord.

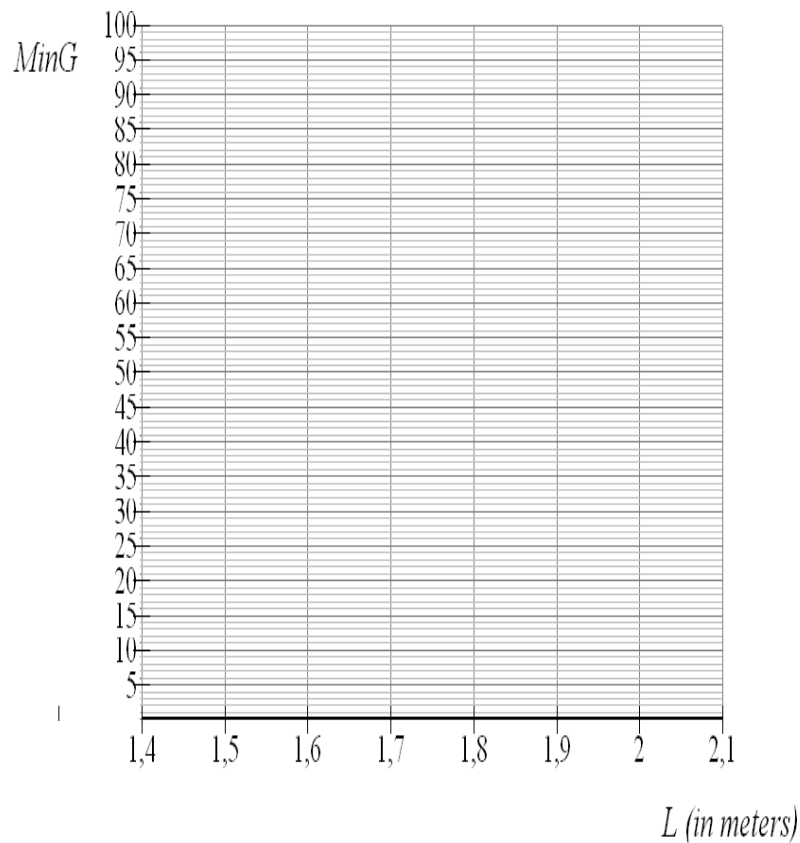
De formule voor de *BMI* luidt: $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$. De laagste waarde van de *BMI* die hoort bij een

'gezond' gewicht, is, zo hebben we gezien, dus 20.

Een diëtiste wil een nauwkeurige grafiek maken waaruit ze voor haar cliënten onmiddellijk kan aflezen hoe groot het gewicht ten minste moet zijn dat ze haar cliënten moet adviseren als gezond gewicht. Dat 'minimale gezonde gewicht' *MinG* hangt volgens de *BMI*-formule af van de lengte *L* van de cliënt.

- 5 Teken die nauwkeurige grafiek in het assenstelsel van figuur 2 en leg uit hoe je deze getekend hebt.

figuur 2

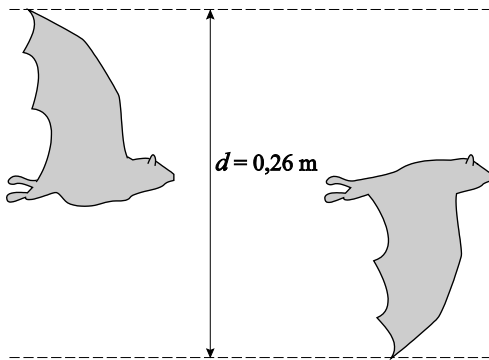


b Vliegen en zwemmen (ontleend aan examen wiA1,2 havo 2007-II)

Uit biologisch onderzoek blijkt dat vogels, vleermuizen en insecten op een vergelijkbare manier met hun vleugels bewegen als vissen met hun staartvin.

Onderzoekers hebben een verband ontdekt tussen de **slagfrequentie** (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin), de **slag grootte** (de afstand tussen de uiterste staartvin- of vleugelstanden tijdens een slag, zie figuur 1) en de **kruissnelheid** (de gemiddelde snelheid).

figuur 1 De slag grootte van een vleermuis



Voor dieren als vissen, dolfijnen, vogels en insecten is het verband hetzelfde. Er geldt namelijk:

$$\frac{f \cdot d}{v} = 0,3$$

Dit wordt wel de formule van Strouhal genoemd. In deze formule is:

f de slagfrequentie (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin);

d de slag grootte (in meter);

v de kruissnelheid (in meter per seconde).

De kolibrie is een klein vogeltje dat vliegt met een hoge slagfrequentie. Een kolibrie heeft een slag grootte van 8 cm en een kruissnelheid van 13,5 meter per seconde.



1 Toon aan dat een kolibrie een slagfrequentie van ruim 50 heeft.

2 Geef voor de kolibrie de duur van 1 slag in seconden in 2 decimalen nauwkeurig.

In de formule van Strouhal komt een recht evenredig en een omgekeerd evenredig verband voor. De formule van Strouhal die hoort bij een vleermuis (figuur 1) ziet er als volgt uit:

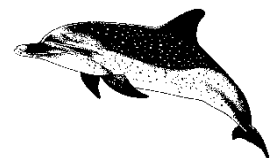
$$\frac{f \cdot 0,26}{v} = 0,3$$

3 Welk van de twee genoemde verbanden geldt tussen f en v ? Licht je antwoord toe.

De tuimelaar (een dolfijnensoort) heeft een kruissnelheid van 15 meter per seconde. Voor de tuimelaar kan f als volgt worden uitgedrukt

in d :

$$f = \frac{4,5}{d}$$



4 Laat zien hoe deze formule ontstaat uit de formule van Strouhal.

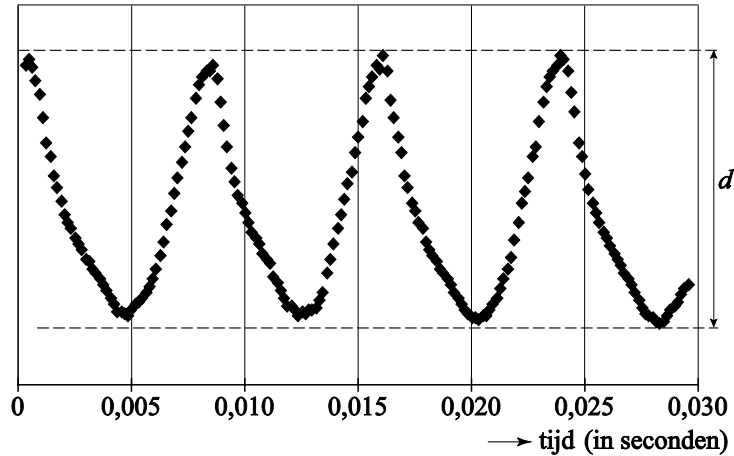
Een tuimelaar moeder en kind zwemmen naast elkaar met een snelheid van 15 meter per seconde. Het kind maakt drie keer zoveel slagen als de moeder.

5 Hoe verhouden zich de lengte van de staartvin van de moeder en de lengte van de staartvin van het kind? Licht je antwoord toe en gebruik daarbij de formule.

De gewone huisvlieg is ook onderzocht. De slag grootte van de huisvlieg is kleiner dan die van de vleermuis (zie figuur 2). De punten in figuur 2 geven de hoogte aan van het uiteinde van de vleugels van de vlieg tijdens de vlucht.

In figuur 2 is ruim $3\frac{1}{2}$ slag te zien. Als je weet hoe lang één slag duurt, kun je natuurlijk uitrekenen hoeveel slagen er in één seconde passen en heb je precies de slagfrequentie gevonden.

figuur 2



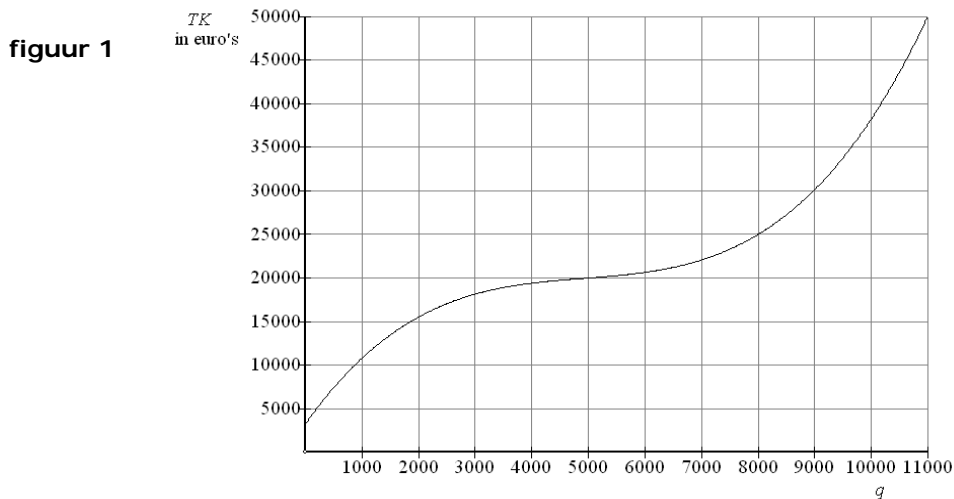
Verder is gegeven dat de slag grootte van een huisvlieg 6,5 mm is.

6 Bereken de kruissnelheid van de huisvlieg. Licht je antwoord toe.

c Verpakkingen (ontleend aan examen wiA1,2 havo 2006-I)

Een bedrijf maakt verpakkingen. Het bedrijf heeft onderzocht hoe de kosten voor het maken van de verpakkingen samenhangen met de **productie** (het aantal geproduceerde verpakkingen). Bepaalde kosten (zoals het salaris van de directie) hangen niet af van de productie en worden **vaste kosten** genoemd. Andere kosten (zoals de grondstoffen voor het verpakkingsmateriaal) hangen wel af van de productie en worden **variabele kosten** genoemd. De **totale kosten** worden gevormd door de som van de vaste kosten en de variabele kosten.

Het verband tussen de totale kosten TK en het aantal geproduceerde verpakkingen q zie je in figuur 1. In figuur 1 lees je bijvoorbeeld af dat bij een productie van 2000 verpakkingen de totale kosten ruim 15 000 euro zijn.



- 1** Hoe groot zijn de vaste kosten? Licht met behulp van figuur 1 toe hoe je je antwoord gevonden hebt.

De afdeling planning heeft van tevoren een prognose opgesteld van het verband tussen productie en kosten. De formule van deze prognose is

$$TK_{prog} = 3250 + 3,35q$$

Hierin is TK_{prog} de prognose van de totale kosten in euro's en q het aantal geproduceerde verpakkingen.

- 2** Teken in figuur 1 de grafiek van deze prognose bij de al getekende grafiek van TK .
- 3** Bij welke aantallen geproduceerde verpakkingen liggen de totale kosten onder de prognose? Licht je antwoord toe.

De werkelijke totale kosten, zoals getekend in figuur 1, blijken te kunnen worden berekend met de volgende formule:

$$TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$$

De gemiddelde kosten per verpakking worden aangegeven met GK .

- 4** Bereken met behulp van de formule van TK de gemiddelde kosten GK bij een productie van 5000 verpakkingen.

Er kan uit de formule van TK een formule van GK worden afgeleid. Deze formule heeft de vorm:

$$GK = a \cdot q^2 + b \cdot q + c + \frac{3250}{q}$$

- 5** Bereken a , b en c .

d Het HABOG (ontleend aan examen wiA1,2 havo 2005-II)

Kernenergie levert weinig afval op, maar het is wel afval dat speciale aandacht vereist. Het is namelijk radioactief en het blijft nog tientallen jaren warmte afgeven. In 2003 is in Zeeland een gebouw geopend waar de komende honderd jaar kernafval zal worden opgeslagen. Het gebouw heet HABOG, Hoogradioactief Afval Behandelings- en Opslag Gebouw. In het HABOG wordt het afval van de kerncentrale van Borssele opgeslagen. Over honderd jaar zijn de radioactiviteit en de warmte van het afval zo veel afgenomen dat het afval op een andere plaats kan worden opgeslagen.

foto

Het afval uit Borssele bestaat jaarlijks uit zes glasblokken met hoogradioactief afval. In het begin geeft zo'n blok evenveel warmte af als een kachel van 1800 Watt. Na 100 jaar is de warmteafgifte verminderd tot die van drie gloeilampen, ofwel 180 Watt. De warmteafgifte neemt exponentieel af.

- 1 Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte per jaar afneemt. Rond je antwoord af op twee decimalen.

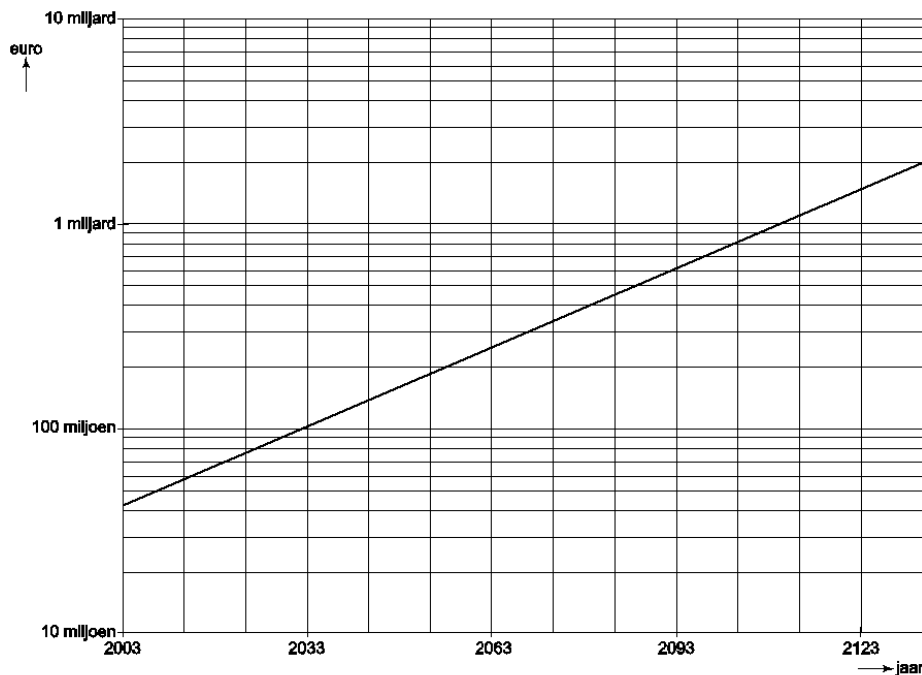
Het gebouw is knaloranje geverfd. In grote groene letters zijn er beroemde formules van Einstein en Planck op aangebracht (zie foto). Elke tien jaar wordt het gebouw opnieuw geverfd, telkens in een iets lichtere tint om de afname van de warmteafgifte mee aan te geven. Je mag er in de rest van de opgave van uitgaan dat de warmteafgifte met 2,3% per jaar afneemt.

- 2 Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte in een periode van tien jaar afneemt. Rond je antwoord af op één decimaal.
- 3 Bereken na hoeveel jaar de warmteafgifte nog maar de helft is van de oorspronkelijke hoeveelheid. Rond je antwoord af op één decimaal.

Er wordt nu al geld gereserveerd om over meer dan honderd jaar het afval verder te kunnen verwerken. Daartoe is in het jaar 2003 een bedrag van 43 miljoen euro op een spaarrekening gezet.

In de grafiek van figuur 1 zie je hoe men verwacht dat dit bedrag zal toenemen. De verticale as heeft een logaritmische schaalverdeling.

figuur 1



De grafiek is een rechte lijn. Dit betekent dat men uitgegaan is van een vast rentepercentage per jaar gedurende de gehele looptijd.

4 Bereken dat percentage.

e **File** (ontleend aan examen wiA1,2 havo 1998-II)

Het aantal auto's dat gebruik maakt van de autosnelweg A2 tussen Amsterdam (Holendrecht) en Utrecht (Oudenrijn) neemt steeds meer toe.

Deze weg is opgedeeld in 7 stukken. Voor elk stuk is het gemiddelde aantal motorvoertuigen voor een door-de-weekse-dag berekend. Zie tabel 1.

tabel 1 Verkeersintensiteiten op de A2 in de corridor Amsterdam-Utrecht in beide richtingen samen per etmaal

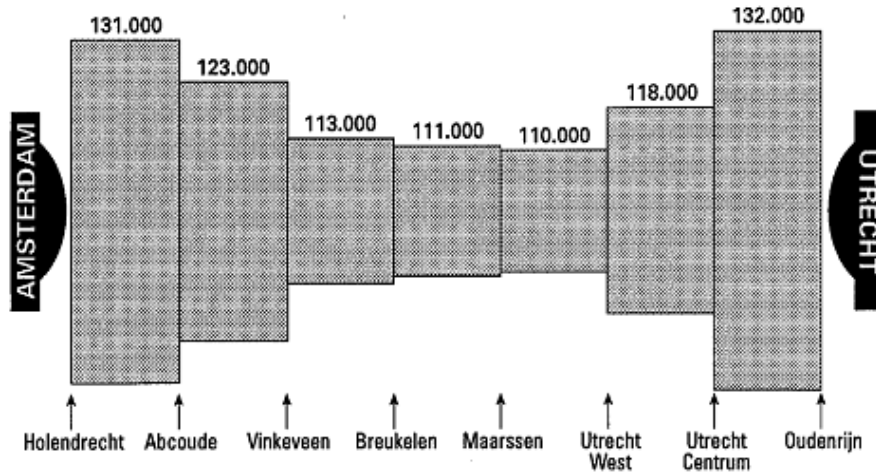
traject	1987			1990		
	Personen-auto's	Vracht-auto's	Motorvoertuigen	Personen-auto's	Vracht-auto's	Motorvoertuigen
Holendrecht-Abcoude	102 100	12 900	115 000	117 800	13 200	131 000
Abcoude-Vinkeveen	95 000	12 000	107 000	110 600	12 400	123 000
Vinkeveen-Breukelen	87 000	11 000	98 000	101 600	11 400	113 000
Breukelen-Maarssen	85 200	10 800	96 000	99 800	11 200	111 000
Maarssen-Utrecht West	83 500	10 500	94 000	99 100	10 900	110 000
Utrecht West-Utrecht C	90 600	11 400	102 000	106 100	11 900	118 000
Utrecht C-Oudenrijn	101 200	12 800	114 000	118 700	13 300	132 000

1 Op welk traject is de stijging van het aantal motorvoertuigen tussen 1987 en 1990 relatief (procentueel) het grootst? Licht je antwoord toe.

Van de aantallen motorvoertuigen in 1990 uit tabel 1 is ook een grafiek gemaakt.

Zie figuur 1. Het is goed dat de aantallen erbij staan, want het aflezen van deze waarden zou lastig zijn.

figuur 1



Er bestaat een lineair verband tussen de totale hoogte van een staaf en het bijbehorende aantal motorvoertuigen.

- 2 Stel een formule op die hoort bij dit verband. Licht je werkwijze duidelijk toe en geef daarbij aan hoe je figuur 1 gebruikt hebt.

Het spreekt vanzelf dat er op een drukke weg als de A2 regelmatig files ontstaan. In tabel 2 staan gegevens over die files in de jaren 1987 en 1990.

tabel 2 Files op de A2 in de corridor Amsterdam-Utrecht

traject	1987		1990	
	Aantal files	Zwaarte km·min	Aantal files	Zwaarte km·min
Holendrecht-Abcoude	22	7054	24	9824
Abcoude-Vinkeveen	83	27 199	148	67 292
Vinkeveen-Breukelen	29	11 822	31	12 413
Breukelen-Maarssen	14	8165	45	15 954
Maarssen-Utrecht West	9	2981	16	6299
Utrecht West-Utrecht C	12	3796	3	1226
Utrecht C-Oudenrijn	44	17 169	11	3092
totaal	213	78 186	278	116 100

De zwaarte van een file (in km·min) wordt berekend door de lengte van de file (in km) te vermenigvuldigen met de duur van de file (in minuten). Een file van 5 km lengte die 30 minuten duurt, heeft dus een zwaarte van 150 km·min. In tabel 2 lees je bijvoorbeeld af dat in 1987 de 22 files op het traject Holendrecht-Abcoude samen een zwaarte hadden van 7054 km·min.

Hieronder staan twee uitspraken:

- A De gemiddelde zwaarte van alle files is in 1990 groter dan in 1987.
 B Hoe groter het aantal motorvoertuigen op een traject, hoe meer files op dat traject.
 3 Zeg van elke uitspraak of hij op grond van de gegevens in tabel 1 en/of tabel 2 waar is of niet. Licht je antwoorden toe.

De zwaarte van een file is afhankelijk van de lengte en de tijdsduur van de file. Als je de zwaarte vast neemt, bijvoorbeeld 150 km·min, zijn er allerlei combinaties van lengte en tijdsduur mogelijk. Deze mogelijkheden kunnen in een grafiek worden getekend, waarbij op de horizontale as de lengte (in km) is uitgezet en op de verticale as de tijdsduur (in minuten).

- 4 Teken de grafiek voor files met een zwaarte van 150 km·min. Licht je werkwijze toe.

Stel dat de ontwikkeling die in tabel 2 te zien is, zich in de jaren na 1990 zou voortzetten. Dan zou het totaal aantal files op deze weg wel eens enorm groot kunnen worden. Daarbij maakt het wel verschil of de ontwikkeling van het totaal aantal files van 1987 tot 1990 het begin was van een lineair groeiproces of van exponentiële groei. Zowel met lineaire groei als met exponentiële groei is het totaal aantal files in 1999 te berekenen. De twee uitkomsten zijn niet gelijk.

5 Hoeveel verschillen de twee uitkomsten? Licht je antwoord toe.

f Vijvertest (ontleend aan examen wiA1 vwo 2005-I)

Vijverbezitters kunnen tegenwoordig bij een tuincentrum laten onderzoeken of het water in hun vijver van goede kwaliteit is. Met een eenvoudige test kan van het water zowel de hardheid, aangegeven met KH (carbonaathardheid), als de zuurgraad, aangegeven met pH , worden vastgesteld. Deze twee waarden bepalen op hun beurt het CO_2 -gehalte van het water. Het CO_2 -gehalte, dat we in deze opgave zullen aangeven met C , is een belangrijke indicator voor de kwaliteit van het vijverwater. Met behulp van tabel 1 kan bij gegeven KH en pH de waarde van C worden bepaald.

tabel 1 CO_2 -gehalte C in mg per liter

		pH					
		6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0
KH	12	480,0	191,1	76,1	30,3	12,1	4,8
	10	400,0	159,2	63,4	25,2	10,0	4,0
	8	320,0	127,4	50,7	20,2	8,0	3,2
	6						
	5	200,0	79,6	31,7	12,6	5,0	2,0
	4	160,0	63,7	25,4	10,1	4,0	1,6
	3	120,0	47,7	19,0	7,6	3,0	1,2
	2	80,0	31,8	12,7	5,0	2,0	0,8

De waarde van KH wordt in gehele getallen weergegeven; de waarde van pH wordt altijd met een nauwkeurigheid van 0,1 weergegeven.

Uit de tabel lezen we bijvoorbeeld af dat voor vijverwater met $KH=5$ en $pH=7,2$ geldt: $C=12,6$.

Als je voor pH een vaste waarde kiest, dan hangt C alleen nog maar af van KH . In de kolommen van de tabel is te zien dat bij iedere vaste waarde van pH er een lineair (en zelfs recht evenredig) verband is tussen KH en C .

In de tabel is de rij die hoort bij $KH=6$ leeg gelaten.

1 Bereken welk getal er moet komen te staan op de plaats die hoort bij $KH=6$ en $pH=6,8$.

Als je voor KH een vaste waarde kiest, dan hangt C alleen nog maar af van pH . Bij iedere vaste waarde van KH bestaat er een exponentieel verband tussen pH en C : als pH met 1 toeneemt, neemt C met 90% af.

Bekijk de rij die hoort bij $KH=4$.

2 Laat door middel van berekeningen zien dat *alle* waarden van C in deze rij in overeenstemming zijn met het bovengenoemde exponentiële verband tussen pH en C en met de genoemde afname met 90%.

Volgens de folder is het water in een vijver van goede kwaliteit als voldaan is aan de volgende drie voorwaarden:

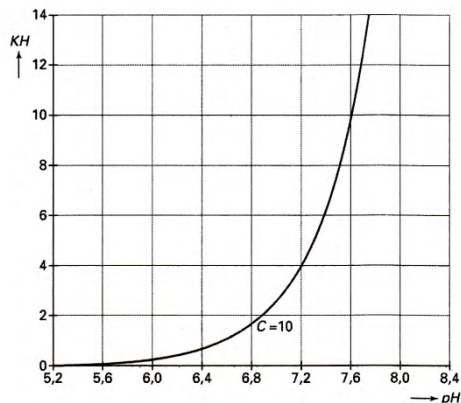
- (I) de KH -waarde van het water moet ten minste 6 en ten hoogste 10 zijn
- (II) de pH -waarde van het water moet ten minste 7 en ten hoogste 8 zijn
- (III) de C -waarde van het water moet ten minste 10 zijn.

Een vijverbezitter laat zijn vijverwater testen. Bij de test worden de volgende waarden gemeten: $pH=7$ en $KH=8$. Op basis van tabel 1 kan de bijbehorende waarde voor C worden berekend. Vervolgens kan worden nagegaan of voldaan is aan de drie voorwaarden voor goede waterkwaliteit.

- 3 Bereken deze bijbehorende waarde van C en onderzoek daarmee of dit vijverwater van goede kwaliteit is.

In folders waarin voorlichting gegeven wordt over de kwaliteit van vijverwater, zou men tabel 1 kunnen afdrucken. Maar daarin staat slechts een beperkt aantal waarden van KH en pH . Een formule zal men in zulke folders niet graag gebruiken. Vandaar dat vaak gekozen wordt voor een 'plaatje'. In figuur 1 is begonnen met het maken van zo'n plaatje. Bij elk punt in figuur 1 hoort een waarde van pH en van KH . Deze bepalen de waarde van C , net als in tabel 5. In figuur 1 is een kromme getekend. Daarop liggen alle punten waarvoor geldt dat $C=10$, zoals bijvoorbeeld het punt met $pH=7,6$ en $KH=10$ dat we al kennen uit tabel 1.

figuur 1



Om deze figuur bruikbaar te maken voor een voorlichtingsfolder, moet hierin het gebied worden aangegeven dat bestaat uit alle punten waarvoor de waarden van pH , KH en C voldoen aan de voorwaarden (I), (II) en (III) voor vijverwater van goede kwaliteit.

- 4 Geef dit gebied in figuur 1 duidelijk aan. Licht je werkwijze toe.

g Weg met de wekker

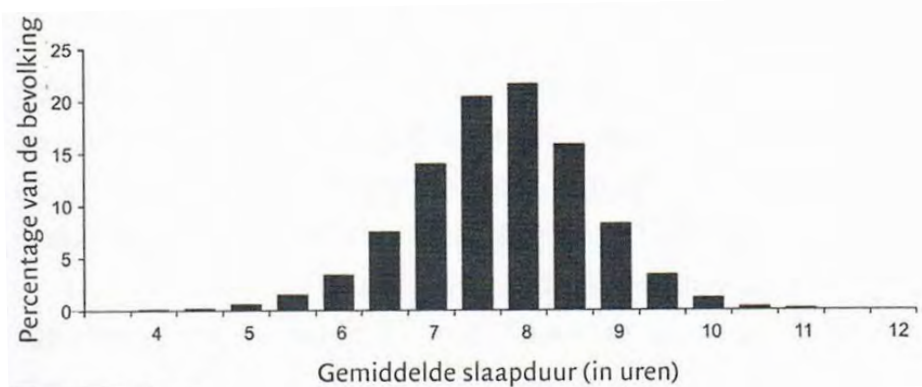
Maar liefst 80 procent van de mensen loopt gedurende de week een slaapttekort op. "Dat komt door de terreur van de wekker", zegt onderzoeker Till Roenneberg. De slaapegegevens komen van de Munich Chronotype Questionnaire (MCQ), een vragenlijst op internet die door iedere belangstellende kan worden ingevuld. Hierop hebben honderdduizenden mensen hun slaapegegevens vermeld.

De MCQ kun je nog steeds invullen, je wordt er niet voor gevraagd.

- 1 Geef van onderstaande argumenten over de aseleetheid en representativiteit van de steekproef aan of ze juist of onjuist zijn en licht je antwoorden toe.
 - a. De steekproef is representatief want er doen veel mensen aan mee.
 - b. De steekproef is representatief want de vrijwilligheid van jouw deelname heeft geen invloed op de uitslag van het onderzoek naar slaapedrag.
 - c. De steekproef is aseleetheid want er doen veel mensen aan mee.

In figuur 1 zie je de verdeling van de gemiddelde slaapduur over de Nederlandse bevolking.

figuur 1



De verdeling is min of meer klokvormig.

- 2 Slapen de mensen uit dit onderzoek gemiddeld langer of korter dan modaal? Motiveer je antwoord.

In de MCQ wordt onder andere gevraagd naar de tijd van in slaap vallen en van wakker worden. Uit deze gegevens kan het tijdstip van de **midslaap** worden afgeleid. Als iemand bijvoorbeeld gewoonlijk om middernacht gaat slapen en om 8 uur opstaat, ligt zijn midslaap om 4 uur 's nachts. Bij het onderzoek naar de midslaap van de deelnemers aan de MCQ worden de gegevens verdeeld in verschillende leeftijdscategorieën, voor mannen en vrouwen afzonderlijk. Bij elke categorie wordt een eigen gemiddelde bepaald. Daarna wordt het gemiddelde van al deze gemiddelden genomen.

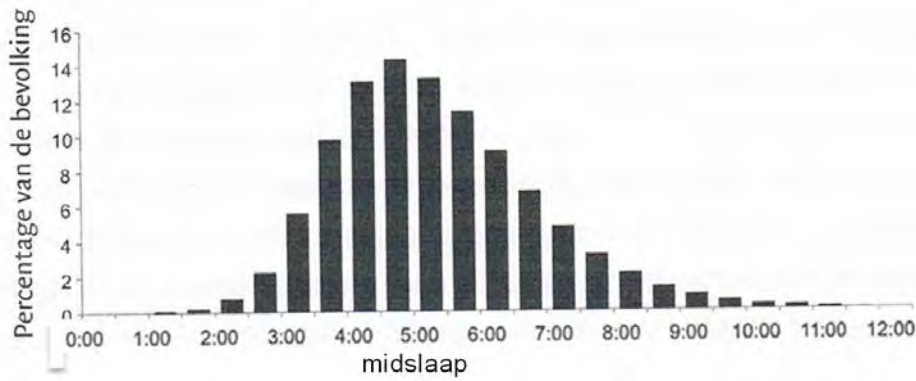
- 3 Levert dit gemiddelde altijd het werkelijke gemiddelde van de midslaap van alle deelnemers aan de MCQ op? Licht je antwoord toe.

In de Nederlandse taal gebruiken we de termen 'vroeg vogel' voor een persoon die vroeg naar bed gaat en vroeg opstaat, en 'nachtbraker' voor een persoon die laat naar bed gaat.

- 4 Leg met een voorbeeld uit dat de midslaap geen geschikte maat is om deze termen te karakteriseren.

In figuur 2 is de verdeling van de midslaap weergegeven, de klassenbreedte is een half uur. In deze figuur lees je bijvoorbeeld af dat voor iets minder dan 10% de midslaap valt tussen half 4 en 4 uur 's nachts.

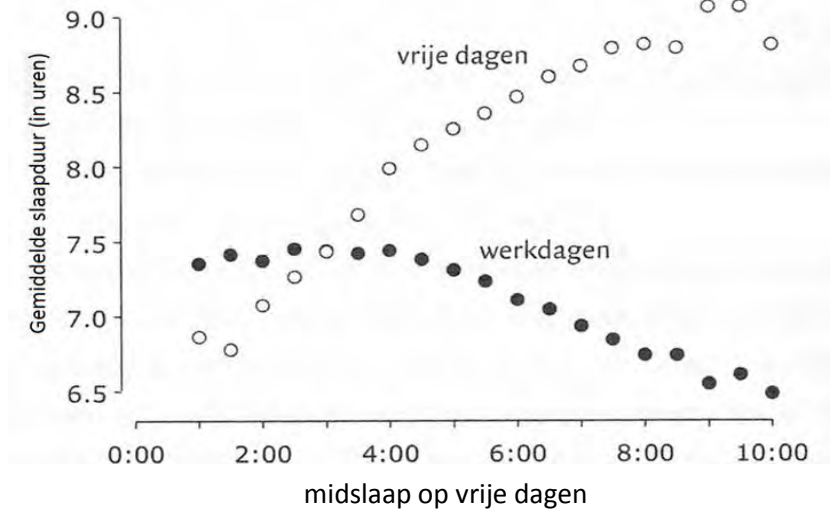
figuur 2 **Midslaap**



5 Geef de modale klasse van de midslaap.

De slaapduur op vrije dagen en werkdagen kan erg verschillen. In figuur 3 zie je de samenhang tussen de midslaap op vrije dagen en de gemiddelde slaapduur op werkdagen of vrije dagen. Je kunt bijvoorbeeld zien dat bij een midslaap op vrije dagen om 4:00 uur, op werkdagen de gemiddelde slaapduur 7,5 uur is.

figuur 3



6 Hoe laat gaat iemand met een midslaap om 2:00 uur op vrije dagen, gemiddeld op vrije dagen naar bed?

In figuur 3 is aangegeven dat de dichte bolletjes bij de werkdagen horen en de open bolletjes bij de vrije dagen.

7 Hoe had je dit kunnen beredeneren als dat er niet had gestaan?

Je loopt een slaapttekort op als je op werkdagen minder slaapt dan op vrije dagen.

8 Kun je met de gegevens uit figuur 2 en figuur 3 de conclusie trekken dat ruim 95% van de mensen een slaapttekort oploopt? Motiveer je antwoord.

h De melkboer

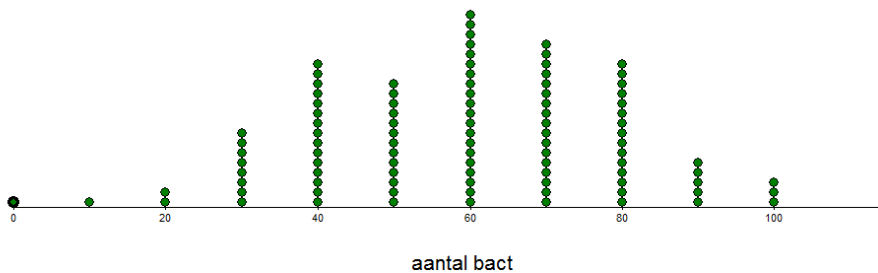
East Coast Milk (ECM) is een bedrijf in de VS dat elke dag melk bij honderd boeren in de regio ophaalt. Voordat de melk in de transporttank gaat, wordt bij elke boer een monster van de melk genomen. In het laboratorium van ECM wordt de melk onderzocht op het voorkomen van bacteriële vervuiling. Daartoe wordt in elk monster het aantal bacteriën per centiliter (cl) geteld.

De Public Health Service (PHS), verantwoordelijk voor de kwaliteitsbewaking, stelt als eis een maximum van 80 bacteriën per cl. In de tabel zie je een frequentietabel van de gevonden waarden in de honderd monsters van een dag. Het gemiddelde is gelijk aan 59 bacteriën per cl en de standaardafwijking is 20,3 bacteriën per cl. Er zijn bij deze gegevens nog twee andere representaties gemaakt, zie figuur 1 en figuur 2.

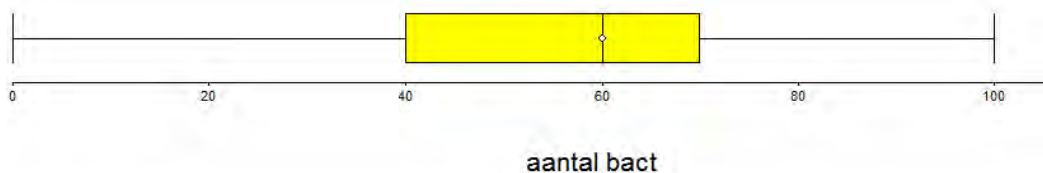
tabel

aantal bacteriën	frequentie
0	1
10	1
20	2
30	8
40	15
50	13
60	20
70	17
80	15
90	5
100	3
totaal	100

figuur 1



figuur 2



1 Welke van deze drie representaties is/zijn niet geschikt om het aantal overschrijdingen van de PHS norm vast te stellen? Licht je antwoord toe.

De totale hoeveelheid melk die elke dag wordt opgehaald, heet een **dagproductie**.

2 In de honderd monsters zitten gemiddeld 59 bacteriën per cl. Is dit ook het gemiddelde van de gehele dagproductie? Licht je antwoord toe.

Het laboratorium let goed op uitschieters omdat die op bijzonderheden kunnen wijzen. Vaak zijn dat meetfouten. Het laboratorium gebruikt de volgende vuistregel:
Een uitschieter ligt buiten het interval $\text{mediaan} \pm 1,5 \times \text{interkwartielafstand}$.

3 Ga na hoeveel uitschieters er zijn. Bij welke zou het om een meetfout kunnen gaan?

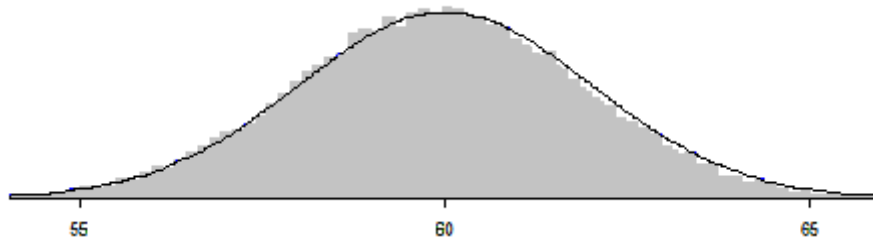
De twee monsters met de laagste waarde worden opnieuw gemeten. Dat levert in beide gevallen een waarde van 50 bacteriën per cl op.

4 Beredeneer, zonder een berekening te maken, dat met deze nieuwe meetwaarden het gemiddelde groter wordt en de standaardafwijking kleiner wordt.

5 Beredeneer wat er verandert aan de mediaan.

Men weet uit ervaring dat de monsters representatief zijn voor de dagproductie. Voor elke dagproductie wordt een 95% betrouwbaarheidsinterval van het gemiddeld aantal bacteriën per cl gemaakt. Op een dag is het monstergemiddelde 60 bacteriën per cl en de standaardafwijking 20 bacteriën per cl. Deze waarden gebruikt men als modelgegevens voor de dagproductie. Er is van het gemiddeld aantal bacteriën per cl in de honderd monsters een steekproevenverdeling gemaakt. Zie figuur 3.

figuur 3



6 Bepaal het 95% betrouwbaarheidsinterval bij deze steekproevenverdeling met behulp van de vuistregels voor een normale verdeling. Bepaal hiervoor eerst de standaardafwijking, hiervoor kun je figuur 3 gebruiken. Omschrijf de betekenis van dit interval.

Als zowel het gemiddelde als de standaardafwijking van het aantal bacteriën per cl in de dagproductie kleiner zijn dan respectievelijk 60 en 20, heeft dat gevolgen voor het 95% betrouwbaarheidsinterval.

7 Beredeneer wat die gevolgen zijn.

i Erupties (ontleend aan CE havo A1,2 2008 II)

Vulkanen kunnen heel lang niet-actief zijn. Dan zijn er geen erupties (uitbarstingen). Tijdens een actieve periode van een vulkaan zijn er wel erupties. Bij een eruptie komt er gesmolten steen, gas en as uit de vulkaan. Dat duurt een tijdje. Daarna is de vulkaan weer rustig, totdat de volgende eruptie begint.

We bekijken in deze opgave één actieve periode van één vulkaan. De actieve periode start bij de eerste eruptie.

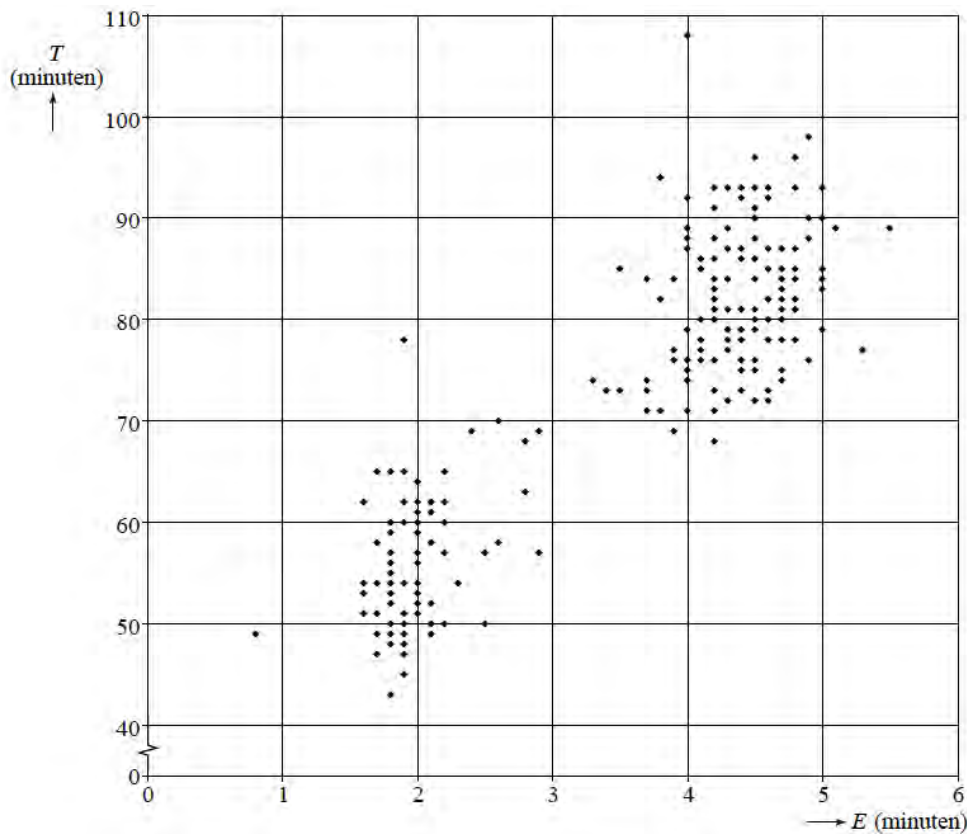
Wetenschappers hebben tijdens deze actieve periode gemeten:

- hoe lang iedere eruptie duurt: de eruptieduur;
- hoe lang de vulkaan rustig is tot de volgende eruptie begint: de tussentijd tot de volgende eruptie.

Tijdens deze actieve periode was de langste tijd tussen twee erupties 108 minuten. Na de allerlaatste eruptie was de vulkaan weer lange tijd rustig.

De eruptieduur is gemeten in tienden van een minuut nauwkeurig en de tussentijd in gehele minuten. De metingen zijn verwerkt in figuur 1. De eruptieduur E staat langs de horizontale as, de tussentijd tot de eerstvolgende eruptie T staat langs de verticale as.

figuur 1



Het meest linkse punt in de figuur hoort bijvoorbeeld bij een eruptie die 0,8 minuut duurde en waarna de vulkaan 49 minuten rustig was.

In deze actieve periode zijn er 184 erupties geweest. De eerste 183 zijn weergegeven in figuur 1. De allerlaatste eruptie van deze actieve periode duurde 1,7 minuut.

Deze allerlaatste eruptie kan niet in figuur 1 worden weergegeven.

1 Geef hiervoor een verklaring.

Op basis van figuur 1 kun je een schets maken van de verdeling van de eruptieduur.

2 Maak deze schets, met op de horizontale as de eruptieduur en op de verticale as het aantal erupties. (Je hoeft hierbij niet het aantal erupties per eruptieduur exact te tellen, het gaat om een schets.)

Iemand beweert op basis van deze schets van de eruptieduur te kunnen bepalen wat de standaardafwijking is van de eruptieduur. Hij doet dit door gebruik te maken van een van de vuistregels van de normale verdeling.

Hij berekent het tijdsverschil tussen de langste eruptieduur en de kortste eruptieduur en deelt deze uitkomst door 6. De uitkomst van deze berekening beschouwt hij als een schatting van de standaardafwijking.

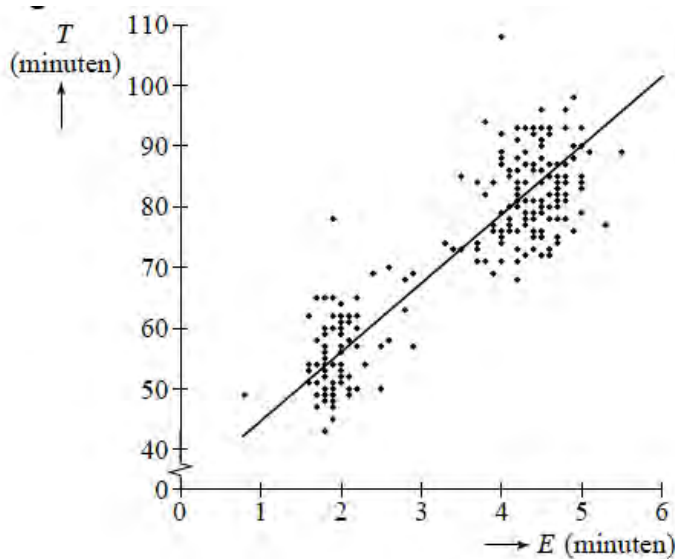
3 Ben jij het met deze werkwijze eens? Geef duidelijk aan wat daarbij je argumenten zijn.

Je kunt voor de 183 weergegeven erupties de gemiddelde duur van de tussentijd T schatten. Met behulp van dit gemiddelde kun je dan een schatting maken van de lengte van de actieve periode van de vulkaan.

4 Maak een schatting van de gemiddelde tijd tussen twee opeenvolgende erupties en toon hiermee aan dat deze actieve periode van de vulkaan langer heeft geduurd dan een week.

In figuur 2 is een lijn getrokken die zo goed mogelijk bij de metingen past.

figuur 2



Deze lijn gaat door de punten (2, 56) en (5, 90).

Met behulp van deze lijn kun je bij een gegeven eruptieduur een grove schatting maken voor de tussentijd die je daarbij kunt verwachten.

5 Bereken met behulp van lineair extrapoleren de geschatte tussentijd bij een eruptieduur van 6 minuten.

Ga er van uit dat de tussentijden bij een eruptieduur van 4,5 minuut normaal verdeeld zijn met een standaardafwijking van 4 minuten. Je kunt dan met een betrouwbaarheid van 95% aangeven tussen welke twee waarden de tussentijd tot de volgende eruptie zal liggen bij een eruptieduur van 4,5 minuut.

6 Geef deze twee waarden.

Piet beweert op basis van de gegevens uit figuur 2 te kunnen concluderen dat de eruptieduur groter wordt naarmate de tussentijd tussen twee erupties groter is. Harm is het niet met Piet eens.

7 Geef een argument dat Harm kan gebruiken om Piet te overtuigen van zijn ongelijk.

j Priesters

Priesters in de Katholieke Kerk mogen niet trouwen. Deze regel wordt het celibaat genoemd. In de Volkskrant van 29 mei 2012 stond een artikel naar aanleiding van een peiling onder priesters. De kop van het artikel was:

Peiling onder 135 priesters
40% priesters wil van celibaat af

Het hele artikel is als bijlage opgenomen bij deze opgave.

Als er sprake zou zijn van een aselechte steekproef van 135 priesters, zou je de uitkomst van de peiling nauwkeuriger kunnen formuleren, namelijk:

Het percentage priesters dat van het celibaat af wil, ligt tussen ...% en ...%.

Hierbij gebruik je de formule voor de standaardafwijking van een steekproevenverdeling van proporties:

$$S = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

Hierin is p de populatieproportie en n de steekproefomvang.

- 1** Bereken het betrouwbaarheidsinterval van het percentage priesters dat van het celibaat af wil bij een betrouwbaarheid van 95%.

In het begin van het artikel lezen we: "Het NCRV-programma Altijd Wat stuurde ruim 700 maatschappelijk actieve priesters een enquêteformulier toe met vragen die onder andere over het celibaat gingen. Van hen zonden 135 priesters het formulier ingevuld terug, al dan niet anoniem." Deze 135 personen vormen volgens het artikel een steekproef uit de populatie van alle priesters.

- 2** Is hier sprake van een representatieve en aselechte steekproef? Licht je antwoord toe.

Het artikel gaat als volgt verder: "Uit de antwoorden blijkt dat 40% voor afschaffing van het celibaat is. Een fractie minder, 39%, vindt dat het celibaat gehandhaafd moet blijven. De overige 21% van de priesters reageerde neutraal."

- 3** Mag je hieruit de conclusie trekken dat er minder priesters zijn die vinden dat het celibaat gehandhaafd moet blijven dan priesters die van het celibaat af willen? Licht je antwoord toe.

Bijlage bij opgave **Priesters**

Peiling onder 135 geestelijken

40 procent van priesters wil van celibaat af

DE VOLKSKRANT
DINSDAG 29 MEI 2012

Van onze verslaggever **Peter de Graaf**

A DEN BOSCH Het verplichte celibaat in de rooms-katholieke kerk ondervindt ook onder priesters veel kritiek. Uit een peiling onder 135 maatschappelijk actieve priesters blijkt bijna 40 procent voor afschaffing van het heersende verbod op huwelijk en seks. Een fractie minder, 39 procent, vindt dat het celibaat gehandhaafd moet blijven.

B In Nederland zijn ruim 800 priesters maatschappelijk actief, in parochies, bisdommen, ziekenhuizen, gevangnissen of universiteiten. Het NCRV-opinieprogramma *Altijd Wat* stuurde ruim 700 van hen een enquêteformulier toe met vragen over seksualiteit, celibaat en seksueel misbruik. Hiervan zonden 135 priesters het formulier ingevuld terug, al dan niet anoniem.

21 procent van de priesters reageerde neutraal op de stelling 'het celibaat moet gehandhaafd blijven'. Aanleiding voor de enquête, waarvan de resultaten vandaag worden bekendgemaakt, is het onderzoek van de commissie-Deetman naar seksueel misbruik in de r.k. kerk. In het eind vorig jaar gepresenteerde eindrapport concludeerde Deetman dat de celibaatsverplichting het risico op seksueel misbruik verhoogt.

C Uit de enquête blijkt dat een minderheid (22 procent) van de priesters die voor afschaffing van het celibaat is, vindt dat 'het celibaat seksueel misbruik in de hand werkt'. Van alle ondervraagde priesters is dat percentage slechts 10 procent.

De meeste tegenstanders van het verplichte celibaat zijn te vinden onder oudere priesters. De jongere garde wil vooral vasthouden aan de bestaande orde. Dat lijkt te stroken met het beleid van de bisschoppen, die de laatste jaren de teugels aan het aanhalen zijn en vooral conservatieve priesters hebben aangesteld.

D Kardinaal Wim Eijk, voorzitter van de Nederlandse bisschoppenconferentie, wil niet reageren op het onderzoek. Volgens zijn woordvoerder Bert Elbertse is het niet representatief, omdat maar iets meer dan 15 procent van de priesters heeft gereageerd. 'De kardinaal vindt een non-respons van rond 85 procent wel erg groot om een inhoudelijke reactie te geven', aldus Elbertse. Hij vindt de uitslag bovendien meevallen: 'In 1999 bleek uit een onderzoek van onderzoeksbureau Kaski dat ruim 60 procent van de priesters het verplichte celibaat wilde afschaffen.'

Door de misbruikschandalen die de afgelopen jaren aan het licht zijn gekomen, staat de verplichte seksuele onthouding voor priesters weer hevig ter discussie. Vorig jaar pleitten 143 katholieke theologen uit Duitsland, Oostenrijk en Zwitserland voor afschaffing van het celibaat. Ook de nieuwe bisschop van Brugge, Jozef De Kesel, opperde vorig jaar dat priesters zouden moeten kunnen trouwen. De opvolger van Roger Vanhulst, die moest opstappen wegens jarenlange ontucht met zijn neefje, stelde openlijk het 'verplichte karakter' van het celibaat ter discussie.

Oud-bisschop Tiny Muskens van Breda onthulde vorig jaar dat zelfs kardinaal Joseph Ratzinger vlak voor zijn wijding tot paus Benedictus XVI niet uitsloot dat het celibaat ooit zou worden afgeschaft. Volgens Muskens, zelf voorstander van afschaffing, heeft hij dat in een gesprek met de Nederlandse bisschoppen gezegd.

De Zwitserse theoloog Hans Küng noemde begin 2010 de celibaatsregel 'een van de voornaamste structurele oorzaken' van seksueel misbruik door priesters. Kerkelijke gezagsdragers ontkennen dat. Ook volgens commissievoorzitter Deetman is er 'geen wetenschappelijke onderbouwing voor de stelling dat het celibaat de verklarende factor is'. Maar Deetman onderstreept dat niet kan worden uitgesloten dat er een verband is tussen celibaat en misbruik.

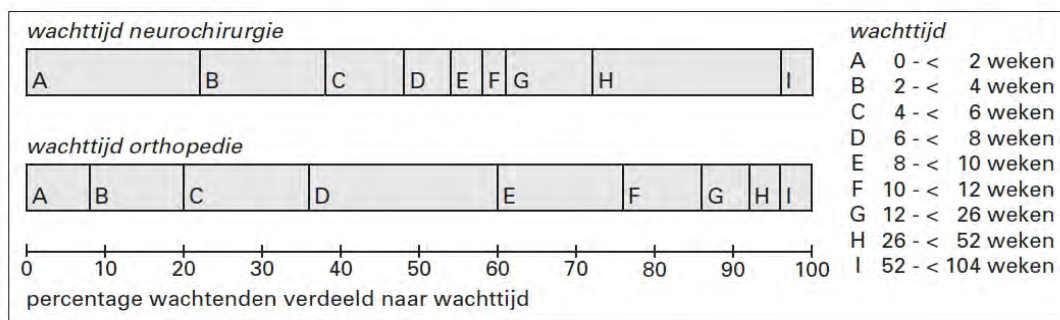
De citaten zijn afkomstig uit het NCRV-programma *Altijd Wat* dat vanavond om 21.05 uur is te zien op Nederland 2.

k Wachttijsten (ontleend aan CE havo A1,2 2003 II)

In de gezondheidszorg staan veel mensen op een wachtlijst, bijvoorbeeld voor een behandeling in een ziekenhuis of voor een plaats in een verzorgingshuis.

Voor alle specialismen is in een aantal ziekenhuizen onderzoek gedaan naar wachtlijsten. Zo zie je in figuur 1 hoe lang patiënten bij neurochirurgie en orthopedie moeten wachten op een behandeling.

figuur 1



In deze figuur kun je bijvoorbeeld over de wachtenden op een behandeling bij neurochirurgie aflezen:

- bijna 40% van de patiënten is binnen 4 weken aan de beurt;
- meer dan 25% van de patiënten moet 26 weken of langer wachten.

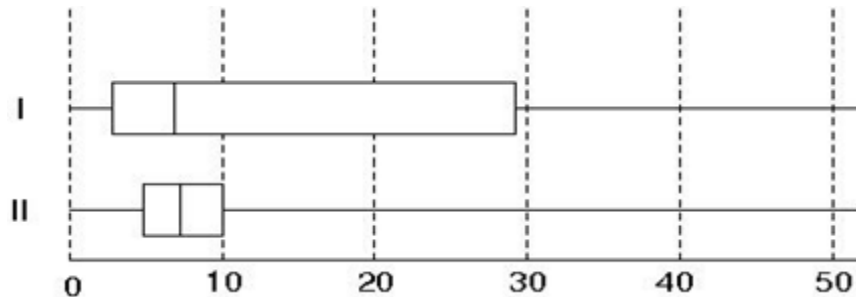
1 Bereken hoeveel procent van de wachtenden bij neurochirurgie tussen de 4 en de 10 weken moet wachten.

Beide afdelingen beweren dat ze het beter doen dan de andere afdeling.

2 Noem voor elke afdeling een argument dat ze kunnen aanvoeren en onderbouw je argumenten met gegevens uit figuur 1.

In figuur 2 zijn de gegevens uit figuur 1 verwerkt tot twee (gedeelten van) boxplots.

figuur 2



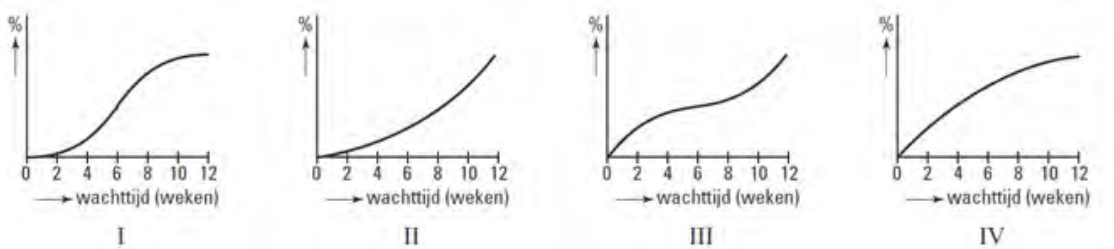
wachttijd (weken)

Eén van de boxplots hoort bij de wachttijd voor neurochirurgie.

3 Welk boxplot hoort bij neurochirurgie? Licht je antwoord toe.

In figuur 3 zijn vier cumulatieve frequentiepolygonen (I, II, III en IV) voor de wachttijd gedurende de eerste 12 weken getekend.

figuur 3

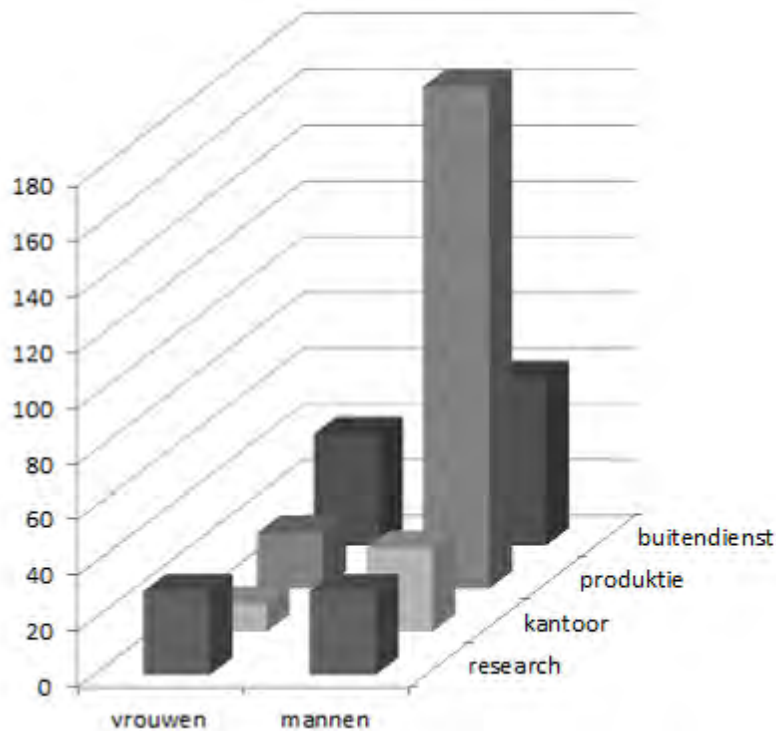


4 Welke van deze vier cumulatieve frequentiepolygonen past het best bij de wachttijden tot 12 weken bij neurochirurgie uit figuur 1? Licht je antwoord toe.

I Het bedrijf

Een bedrijf met 400 personeelsleden heeft vier afdelingen waar zowel mannen als vrouwen werken. In het jaarverslag staat een 3D-diagram waarin je onder meer kunt aflezen dat op de afdeling productie veel meer mannen dan vrouwen werken. Zie de figuur.

figuur



- Om welke twee statistische variabelen gaat het hier? Geef bij elk van deze twee variabelen aan of ze kwalitatief of kwantitatief is, discreet of continu, en nominaal of ordinaal.
- Maak een kruistabel met de absolute gegevens die je aan dit diagram ontleent.

In het diagram kun je zien dat het aantal vrouwen en het aantal mannen op de afdeling research ongeveer even groot zijn.

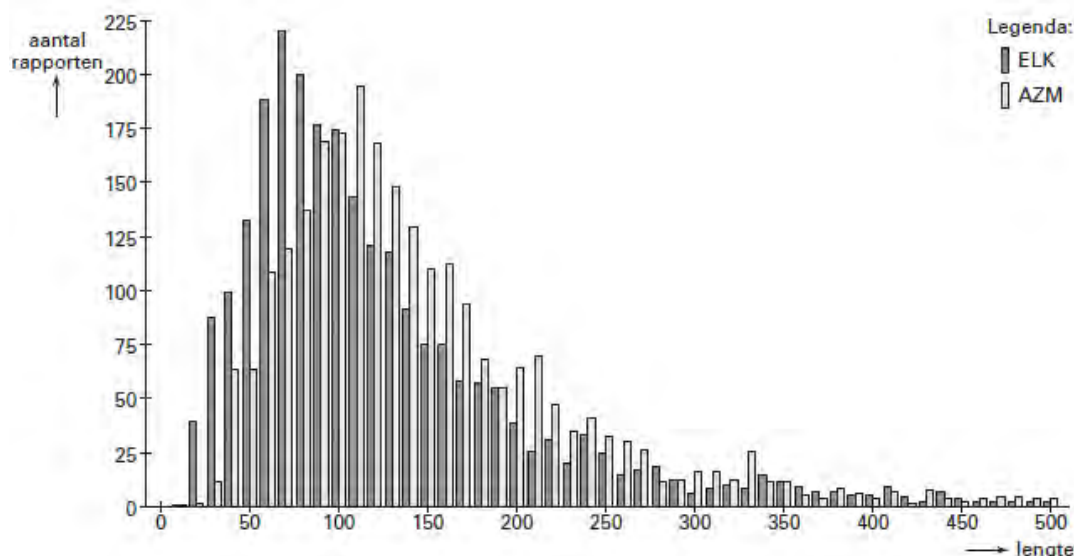
- Kun je hieruit de conclusie trekken dat het percentage van alle vrouwen in het bedrijf dat bij de afdeling research werkt ongeveer even groot is als het percentage van alle mannen in het bedrijf dat bij de afdeling research werkt? Licht je antwoord toe.

m Teksten vergelijken (ontleend aan CE vwo A1 2004 II)

In ziekenhuizen worden vaak medische rapporten geschreven. Bij een onderzoek naar de inhoud van dergelijke rapporten zijn 2500 rapporten van het Elkerliek Ziekenhuis (ELK) te Deurne vergeleken met 2500 rapporten van het Academisch Ziekenhuis Maastricht (AZM).

Van elk rapport is de lengte bepaald; de lengte van een rapport is het aantal woorden dat het bevat. In figuur 1 zijn de gegevens weergegeven in een gecombineerd staafdiagram met klassenbreedte 10. Zie figuur 1.

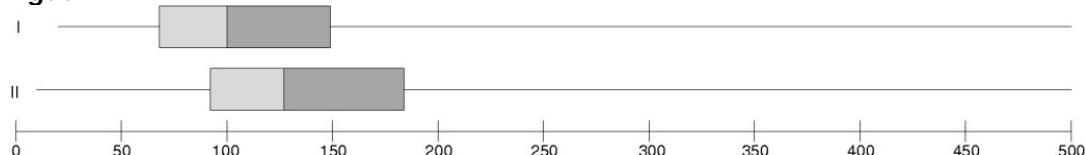
figuur 1



1 Beschrijf de overeenkomst in de vorm van de twee verdelingen.

Bij de gegevens over de lengtes van de rapporten zijn boxplots gemaakt. Zie figuur 2.

figuur 2



2 Welke van deze boxplots, I of II, hoort bij de rapporten van het ELK? Licht je antwoord toe.

3 Kun je op grond van de twee boxplots concluderen dat er een verschil is tussen de lengtes van de rapporten in de twee ziekenhuizen? Beargumenteer je antwoord.

Uit het onderzoek bleek dat de mediaan en het gemiddelde die horen bij de rapporten van het AZM niet even groot zijn.

4 Geef met een redenering, dus zonder een berekening, aan of de mediaan groter of kleiner is dan het gemiddelde.

n Wasdrogers

Bij een onderzoek onder huishoudens in Nederland is één van de onderzoeksvragen hoe groot het percentage huishoudens is dat een wasdroger bezit.

1 Wat is de populatie van dit onderzoek?

2 Hoe kun je aan de onderzoeksvraag zoals die hierboven is geformuleerd, zien dat het gaat om proporties?

Bij proporties geldt voor de standaardafwijking van de steekproevenverdeling de formule

$$S = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

Hierin is p de populatieproportie en n de omvang van de steekproef.

Om de standaardafwijking te schatten gaat men er op grond van een eerder onderzoek voorsnog van uit dat 40% van de huishoudens een wasdroger heeft.

Er geldt bij benadering: $S = \frac{0,49}{\sqrt{n}}$

3 Toon dit aan.

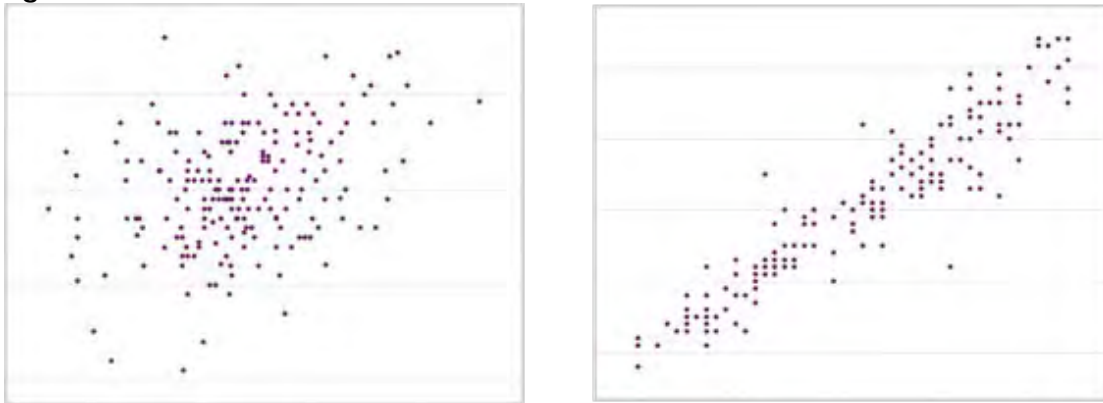
Men wil de steekproef zo groot maken dat de standaardafwijking s hoogstens 0,015 is.

4 Bereken hoe groot de steekproef dan moet zijn.

o Huwelijken

In een onderzoek onder 199 echtparen is onder meer gevraagd naar de lengte en de leeftijd van de man en de vrouw. Er werd onder andere onderzocht of er sprake is van statistische samenhang tussen de leeftijden van beide partners en tussen de lengtes van beide partners. Dit leidde tot de twee puntenwolken in figuur 1.

figuur 1



Een van beide puntenwolken heeft betrekking op de leeftijden van de twee huwelijkspartners, de andere puntenwolk heeft betrekking op de lengte van beide huwelijkspartners. In beide puntenwolken zijn de gegevens van de man op de horizontale as uitgezet en die van de vrouw op de verticale as.

Op basis van de vorm van de puntenwolk kun je beredeneren dat de puntenwolk links zeer waarschijnlijk betrekking heeft op de lengte en de puntenwolk rechts op de leeftijd.

1 Geef een dergelijke redenering.

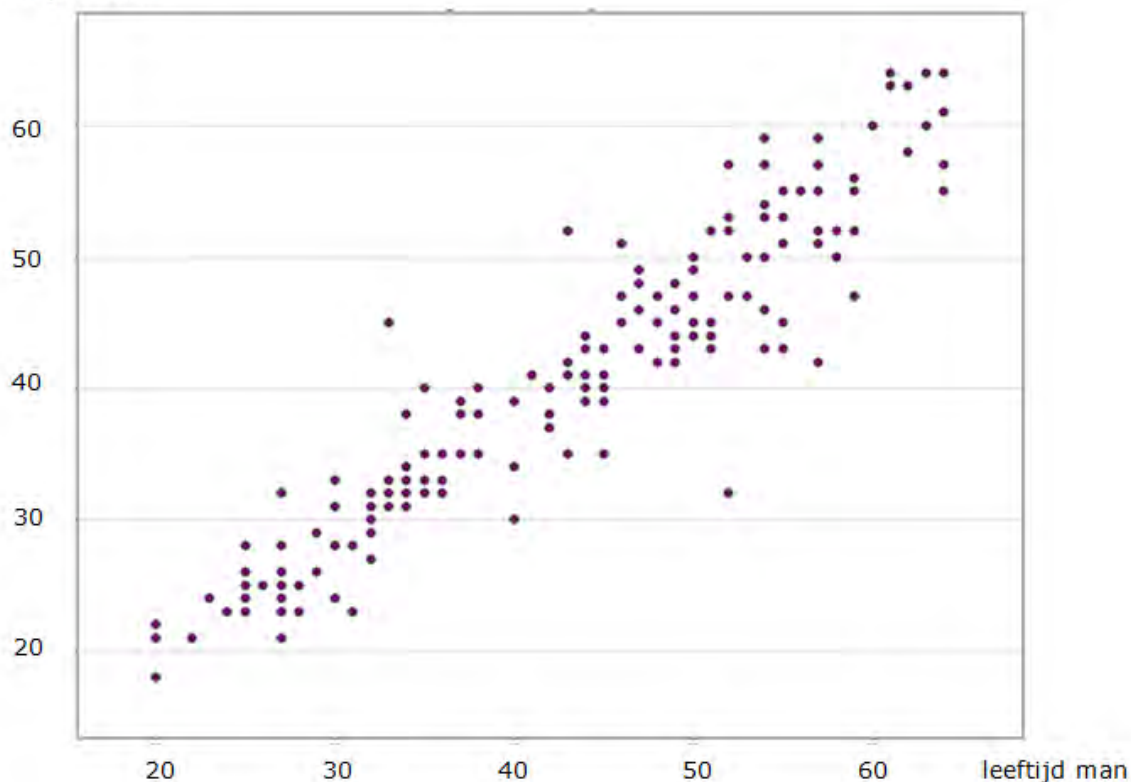
Op basis van dergelijke puntenwolken wil men soms een schatting maken van de lengte of de leeftijd van een vrouw als men de lengte of de leeftijd van de man kent. Hoewel dit soort schattingen altijd een grote mate van onzekerheid hebben, is het toch mogelijk om aan te geven bij welk van de twee puntenwolken een dergelijke schatting het meest betrouwbaar zal zijn.

2 Beredeneer bij welk van de twee puntenwolken in figuur 1, een dergelijke schatting het meest betrouwbaar zal zijn.

De rechter puntenwolk staat in figuur 2 vergroot afgedrukt, waarbij nu de leeftijden langs de assen zijn geplaatst.

figuur 2

leeftijd vrouw



3 Onderzoek met behulp van figuur 2 of het in de betreffende 199 huwelijken vaker voorkomt dat de man ouder is dan de vrouw of dat het omgekeerde juist vaker voorkomt. Licht je antwoord toe.

In de tabel staan enkele kentallen uit het onderzoek.

tabel

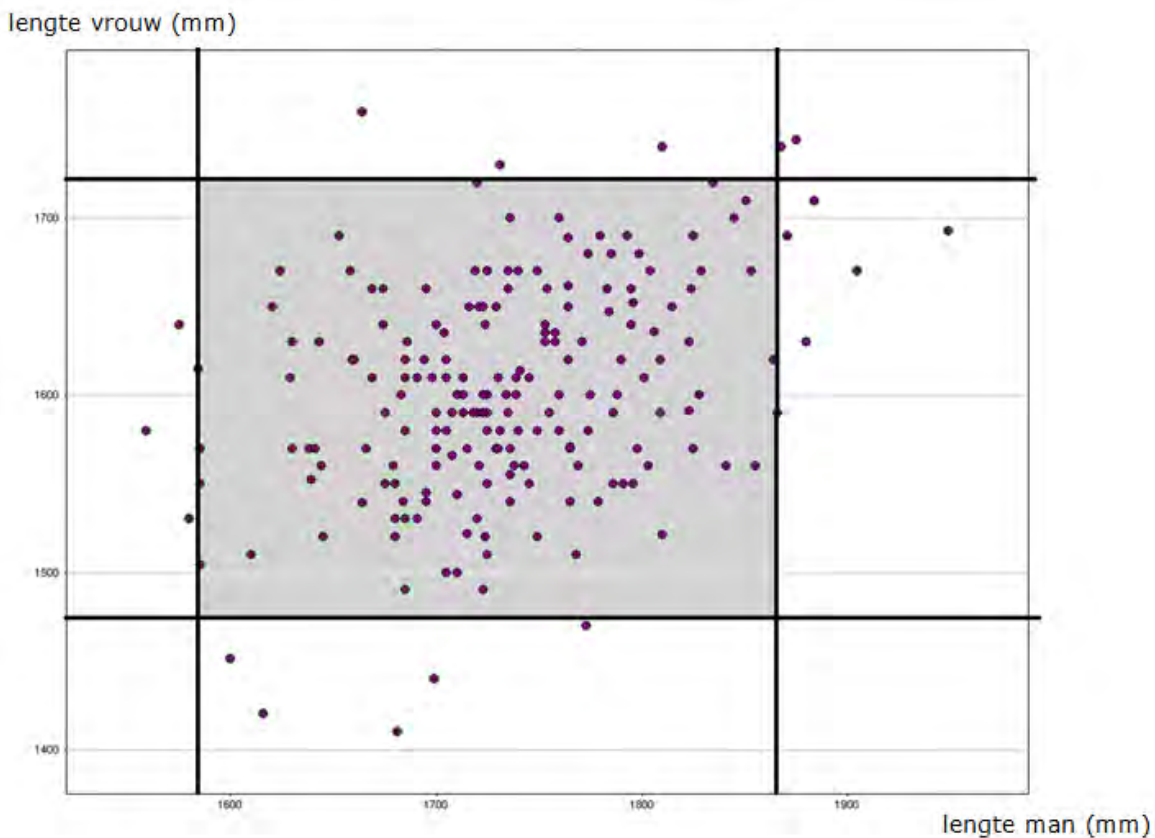
	leeftijd man (jaren)	leeftijd vrouw (jaren)	lengte man (cm)	lengte vrouw (cm)
gemiddelde	42,6	40,7	173	160
minimum	20	18	156	141
maximum	64	64	195	176
standaardafwijking	11,6	11,4	6,9	6,2

De lengtes en de leeftijden van de huwelijkspartners zij bij benadering normaal verdeeld.

In figuur 3 is nogmaals de puntenwolk van de lengtes afgebeeld met daarin een grijze rechthoek die wordt begrensd door vier lijnen.

De twee verticale lijnen zijn getekend bij waarden waartussen 95% van de lengtes van de mannen liggen. De twee horizontale lijnen zijn getekend bij de waarden waartussen 95% van de lengtes van de vrouwen liggen.

figuur 3



- 4 Bereken in één decimaal nauwkeurig de lengtes die bij de vier lijnen horen.

Omdat 5% van de mannen en 5% van de vrouwen buiten de berekende grenzen zal vallen, concludeert de onderzoeker dat in totaal 10% van de punten in de puntenwolk buiten de getekende rechthoek zal vallen.

- 5 Beargumenteer of je het met die conclusie eens bent of niet.

p Toerisme en malaria (korte onderzoeksopgave)

Malaria is een infectieziekte die veroorzaakt wordt door eencellige parasieten. De parasiet wordt op mensen overgebracht door malariamuggen.

Veel toeristen die tropische landen bezoeken slikken geen pillen tegen malaria. Ze vinden het risico van 6% om besmet te worden kennelijk acceptabel.

Bij thuiskomst willen ze toch graag zekerheid of ze al of niet besmet zijn met malaria en laten zich daarop testen.

Als een test aangeeft dat men besmet is heet dat een positieve uitslag. Bij een negatieve uitslag geeft de test aan dat men niet besmet is.

Er zijn tests die snel uitslag geven maar niet volledig betrouwbaar zijn.



Bij een zekere malariatest wordt met de test slechts bij 77% van de besmette personen vastgesteld dat zij inderdaad besmet zijn.

Bij 95% van de niet-besmette personen is de uitslag negatief.

Met behulp van bijvoorbeeld een kruistabel kan deze test nader onderzocht worden.

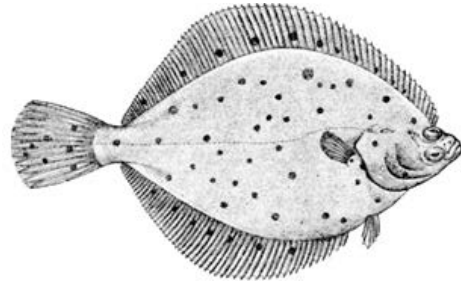
Leg uit waarom een toerist niet veel wijzer wordt van de uitslag van deze test.

Voorbeeldexamenopgaven

A Platvissen (ontleend aan CE havo A1,2 2006 II)

Er bestaan diverse soorten platvissen, bijvoorbeeld schollen en tongen. In de afbeelding hiernaast zie je een schol. In de Beringzee is het onderzoekers van het Alaska Fisheries Science Center gelukt de groei en ontwikkeling van vrouwelijke schollen over een lange periode te volgen. Deze schollen kunnen maar liefst 30 jaar oud worden.

afbeelding

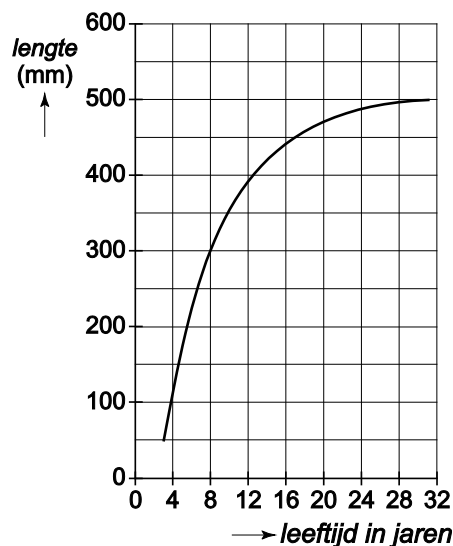


Hieronder staan twee grafieken met informatie over deze schollen.

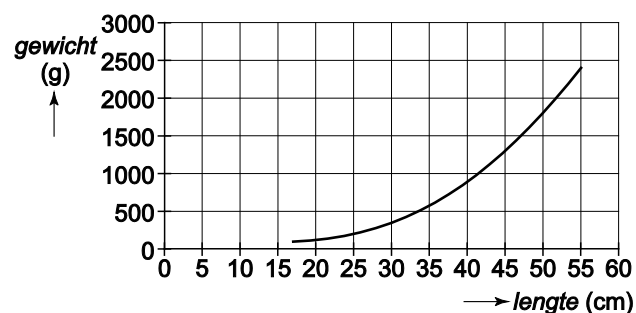
In figuur 1 zie je het verband tussen de leeftijd en de lengte.

In figuur 2 zie je het verband tussen de lengte en het gewicht.

figuur 1



figuur 2



De twee grafieken staan vergroot op de uitwerkbijlage.

Door deze grafieken te combineren, is te achterhalen wat het gewicht is van een vrouwtjesschol als je de leeftijd kent.

- 3p 1 Wat is het gewicht van een vrouwtjesschol van 14 jaar oud? Licht je antwoord toe met behulp van de grafieken op de uitwerkbijlage.

Uit beide grafieken kun je afleiden dat het gewicht van een vrouwtjesschol toeneemt, wanneer de vis ouder wordt. Op de uitwerkbijlage staan vijf verschillende schetsen die een mogelijk verband tussen de leeftijd en het gewicht weergeven.

- 3p 2 Onderzoek welk van deze schetsen het best past bij bovenstaande figuren 1 en 2.

Ook bij de tong neemt het gewicht toe met de leeftijd. Volgens de onderzoekers in Alaska kan het gewicht van de tong goed worden benaderd met de volgende formule:

$$W = 2,867 \cdot (1 - 0,93 \cdot 0,9094^t)^3$$

In deze formule is W het gewicht in kilogram en t de leeftijd in jaren.

- 3p **3** Bereken de leeftijd in jaren van een tong van 1,5 kg.

Een **cohort** vissen is een groep vissen van één soort die vrijwel tegelijk zijn geboren.

Voor een cohort van 1000 tongen is een formule opgesteld voor het aantal nog levende tongen N na t jaren:

$$N = 1000 \cdot 0,9048^t$$

Het aantal tongen in het cohort neemt ieder jaar af. Dat kunnen we zien aan de formule van N want daar is sprake van exponentiële groei met een groefactor die kleiner is dan 1.

Zo kunnen we ook beredeneren dat het gewicht van een tong ieder jaar toeneemt.

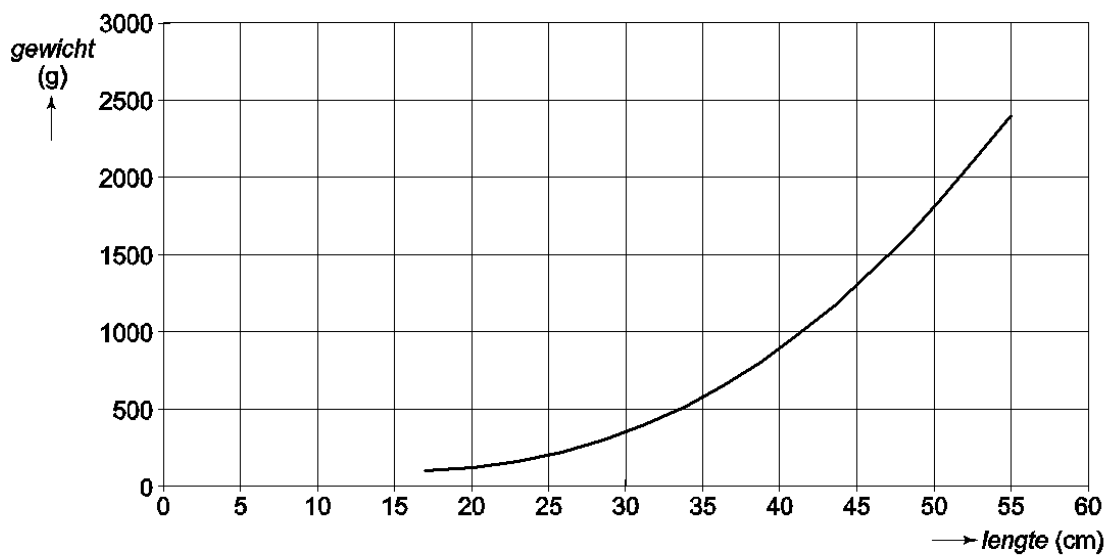
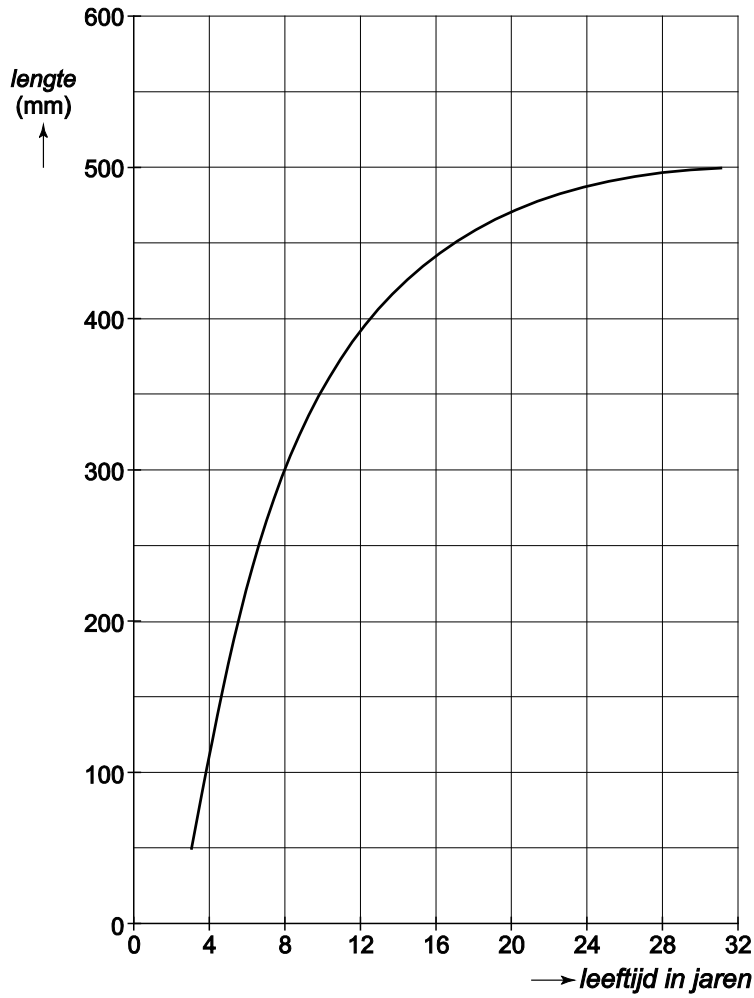
- 4p **4** Beredeneer, door alleen maar gebruik te maken van de formule van W , dat het gewicht van een tong ieder jaar toeneemt.

Naarmate de tijd verstrijkt, neemt het gewicht van een tong dus toe maar het aantal tongen af. Het totale gewicht van het cohort vissen zal eerst toenemen, maar later weer afnemen. Dat totale gewicht TG is te berekenen met de formule

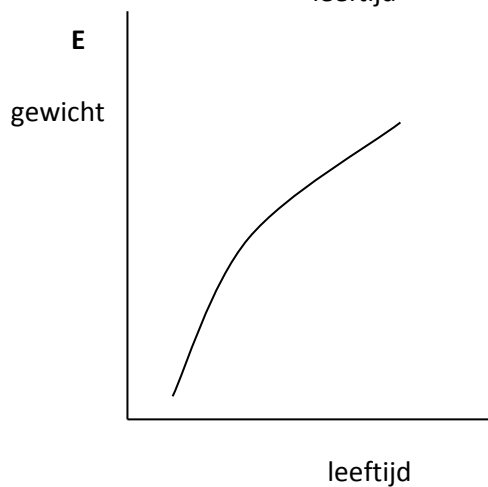
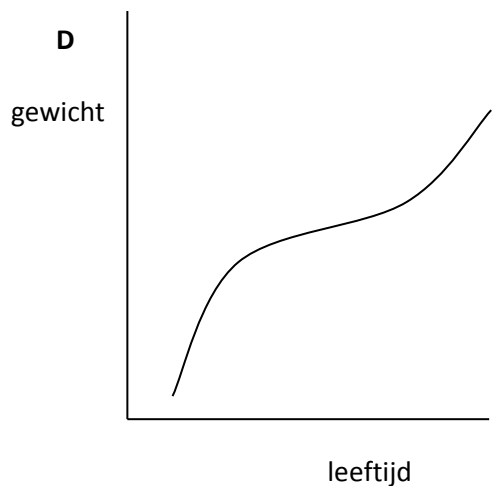
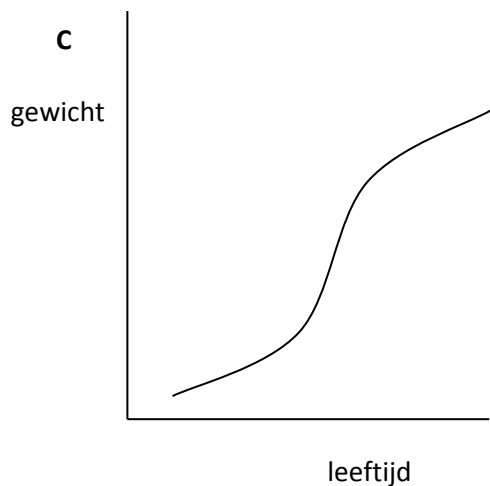
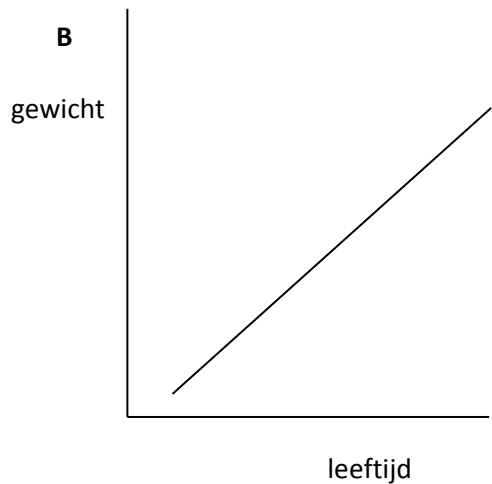
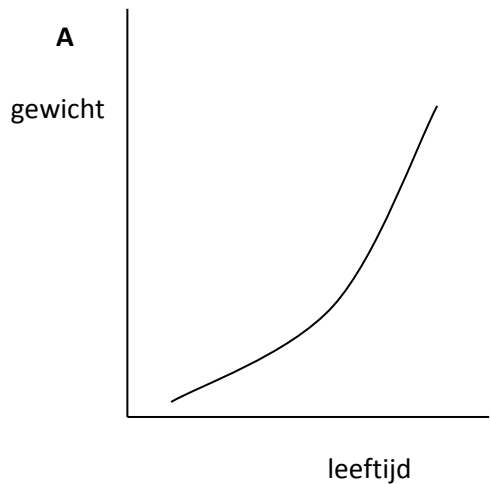
$$TG = N \cdot W$$

- 4p **5** Bereken het maximale totale gewicht van het cohort tongen.

UITWERKBIJLAGE BIJ **PLATVISSEN**



UITWERKBIJLAGE BIJ PLATVISSEN



B Paslengte (ontleend aan CE havo A1,2 2005 II)

De biomechanicus R.McNeill Alexander heeft van een groot aantal diersoorten de relatie tussen paslengte, snelheid en grootte bepaald. Uit zijn onderzoek is een formule afgeleid die een goede schatting geeft voor de snelheid van dieren

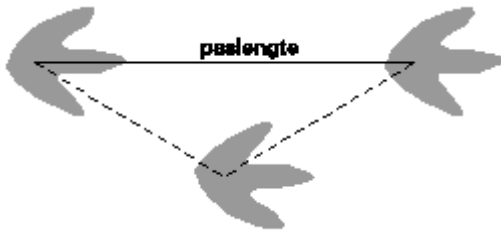
$$v = 2,81 \cdot s^{1,67} \cdot h^{-1,17}$$

Hierin is:

- v de snelheid in kilometer per uur;
- s de **paslengte** in meter tussen twee opeenvolgende voetafdrukken van dezelfde voet (zie figuur 1);
- h de hoogte in meter van de heup.

De formule geldt voor zowel twee- als viervoeters, zowel groot als klein, dus ook voor katten en honden.

figuur 1



Op een besneeuwd terras staan voetsporen van een kat. De heuphoogte van de kat is 21 cm en uit de voetsporen blijkt een paslengte van 35 cm.

- 3p 1 Bereken de snelheid van de kat toen die haar voetsporen achterliet.

Een hondenliefhebber fietst regelmatig met zijn hond. Het dier blijft dan keurig naast hem lopen, bij elke snelheid. De heuphoogte van de hond is 40 cm.

Als de snelheidsmeter van de fiets 15 km/u aangeeft, ligt de paslengte rond de anderhalve meter.

- 3p 2 Bereken de paslengte van deze hond in cm nauwkeurig in deze situatie.

Voor een vaste heuphoogte is de formule te herleiden tot $v = c \cdot s^{1,67}$. De waarde van c hangt dan af van de grootte van het dier.

- 4p 3 Toon aan dat voor de hond de waarde van $c = 8,21$ geldt.

C Glasdikte (uit CE havo A 1994 II)

In huizen en gebouwen wordt voor grote ruiten dikker glas gebruikt dan voor kleine ruiten. Dat is nodig om de ruit voldoende stevigheid te geven. De benodigde dikte wordt echter niet alleen bepaald door de grootte van een ruit.

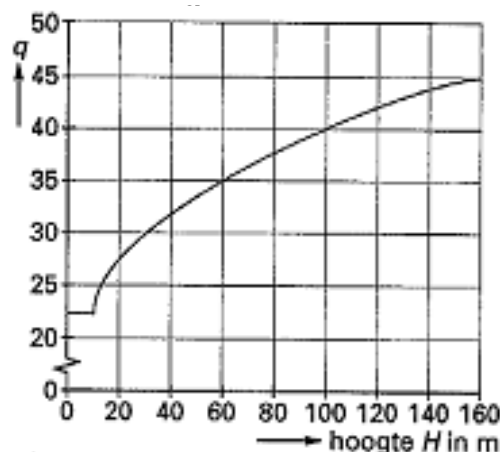
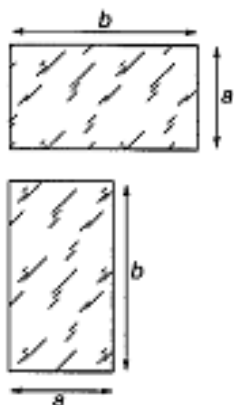
Om de minimaal beoogde dikte D van een ruit te bepalen, gebruikt men de volgende formule:

$$D = 0,447\beta \times a \times q$$

In de formule en het vervolg van de opgave worden de volgende symbolen gebruikt:

- D = minimale dikte in mm,
- a = kleinste zijde van de ruit in m (zie figuur 1),
- b = grootste zijde van de ruit in m,
- β = vormfactor afhankelijk van $\frac{b}{a}$ (zie tabel 1),
- q = windbelastingsfactor (zie figuur 2),
- H = hoogte waar de ruiten in het gebouw zitten in m.

figuur 1



tabel 1

$\frac{b}{a}$	β	$\frac{b}{a}$	β	$\frac{b}{a}$	β	$\frac{b}{a}$	β
1,00	0,535	1,40	0,673	1,80	0,754	2,40	0,811
1,05	0,557	1,45	0,687	1,85	0,762	2,50	0,815
1,10	0,567	1,50	0,699	1,90	0,770	3,00	0,845
1,15	0,595	1,55	0,709	1,95	0,775	4,00	0,860
1,20	0,613	1,60	0,720	2,00	0,780	5,00	0,864
1,25	0,630	1,65	0,729	2,10	0,790	groter	
1,30	0,645	1,70	0,737	2,20	0,799	dan 5,00	0,865
1,35	0,660	1,75	0,746	2,30	0,806		

In een hoog kantoorgebouw hebben alle ruiten dezelfde afmetingen: $a = 2$ en $b = 3$.

- 4p 1 Laat zien dat de minimale glasdikte voor ruiten op 5 m hoogte in dit gebouw ongeveer 14 mm is.

- 5p **2** Hoeveel procent moeten de ruiten op 60 m hoogte dikker zijn dan de ruiten op 5 m hoogte? Licht je antwoord toe.

Stel dat de lengte en breedte van de ruiten op 100 m hoogte nog mogen variëren. De oppervlakte van de ruit moet wel 6 m^2 zijn en de kleinste zijde a moet minstens 1 m zijn.

- 6p **3** Onderzoek of de minimale dikte het kleinst is als de ruit vierkant is.

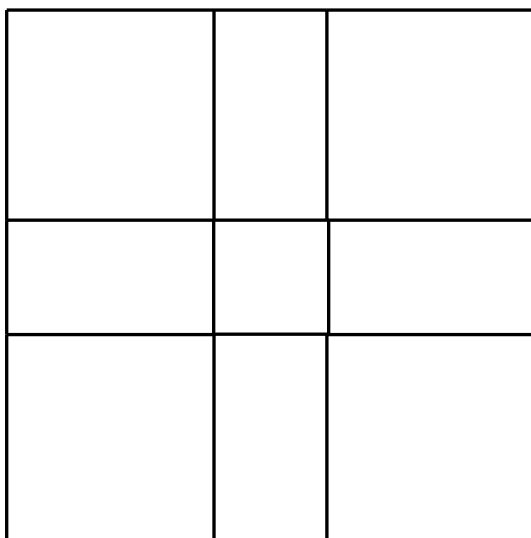
In een gebouw wil men op 100 m hoogte ruiten plaatsen waarvan de verhouding van lengte en breedte $8 : 5$ is. De dikte van de ruiten moet 22 mm zijn.

- 5p **4** Welke afmetingen kunnen de ruiten maximaal hebben? Licht je antwoord toe.

D Bestrating

Bij het bestraten van een groot terras waarvan de oppervlakte nog niet vaststaat, kiest de tuinarchitect voor een basismotief met vier even grote vierkanten die samen met een kleiner vierkant en vier rechthoeken een groot vierkant vormen. Zie ook figuur 1.

figuur 1



Voor de vier even grote vierkanten en het kleine vierkant in het midden wordt gebruikt gemaakt van gebakken klinkers van het zogenoemde Waalformaat.

Voor de rechthoeken kiest de architect voor betonklinkers, het zogeheten Keiformaat.

Omdat hij nog niet weet hoe lang de zijden van de vierkanten en de rechthoeken worden, maakt hij een volgende schets. Zie figuur 2.

De lengte van de zijden van de grote vierkanten geeft hij aan met de letter w en de breedte van de rechthoeken wordt aangegeven met de letter k . Zowel w als k zijn gegeven in meters.

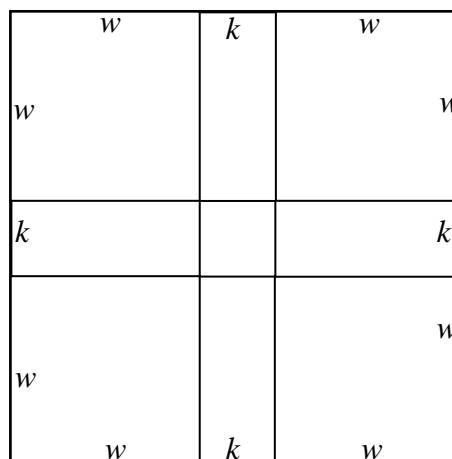
De oppervlakte bestraat met Waalformaat geven we aan met O_W .

De oppervlakte bestraat met Keiformaat geven we aan met O_K .

De totale oppervlakte van het terras geven we aan met O .

Alle drie oppervlaktes worden bepaald in m^2 .

figuur 2



3p 1 Leg uit dat de oppervlakte van het hele terras wordt gegeven door de formule $O = (2w + k)^2$.

6p 2 Bepaal soortgelijke formules voor O_W en O_K en laat met deze formules en de formule van O zien dat $O = O_W + O_K$.

De architect heeft de volgende formule opgesteld waarmee de totale kosten K (in euro) van het terras bepaald kunnen worden:

$$K = 300w^2 + 175wk + 75k^2$$

Met deze formule is uit te rekenen hoeveel 1 m² Waalklinkers van dit terras kost.

- 4p **3** Bereken hoeveel 1 m² Waalklinkers van dit terras kost.

De opdrachtgever besluit na overleg met de architect om de lengte van de smalle kant van de rechthoeken precies gelijk aan de helft van de lengte van de zijden van de grote vierkanten te nemen.

- 4p **4** Laat zien dat de formule voor K nu geschreven kan worden als $K = 406,25 \cdot w^2$.

Het te besteden bedrag blijkt €10 500,- te zijn en de opdrachtgever blijkt een zo groot mogelijk terras voor dat geld te willen.

- 6p **5** Bereken de oppervlakte van het terras.

E CBS-cijfers

Hieronder tref je een citaat aan uit het dagblad Trouw van 29 april 2010:

Deze week bleek dat het verbruik van duurzame energie vorig jaar in Nederland is gestegen van 3,4% naar 4% van het totale energiegebruik.

Dit is veel te weinig om het doel van 20% in 2020 te halen, reageerde Liesbeth van Tongeren, die op de kandidatenlijst voor de Tweede Kamer van Groen Links staat. Welnee, twittert PvdA-kamerlid Diederik Samsom: "De CBS-cijfers zijn hoopvol, de laatste twee jaar is het aandeel gegroeid met 40%. In dat tempo halen we het doel in 2020."

Samsom maakt geen rekenfout bij zijn verdediging van het beleid. In 2007 lag het aandeel immers nog op 2,8%. Maar als het aandeel duurzame energie vanaf nu elk jaar met 0,6 procentpunt stijgt halen we de doelen niet, zegt van Tongeren en ook daar is geen speld tussen te krijgen.

- 3p 1 Laat met een berekening zien dat de door Samsom genoemde 40% in de laatste twee jaar zelfs nog te laag is.

In het stukje spreekt Van Tongeren over een stijging met 0,6 procentpunt, dit is bijvoorbeeld de stijging van 2,8% (het percentage in 2007) naar 3,4% (het percentage in 2008) of van 3,4% naar 4% (het percentage in 2009).

De discussie die hier beschreven wordt, is de discussie tussen lineaire en exponentiële groei. Mevrouw Van Tongeren gaat uit van lineaire groei van het aandeel duurzame energie in het totale energiegebruik.

- 5p 2 Stel een formule op waarmee je volgens de aanname van mevrouw Van Tongeren kunt berekenen hoeveel procent van het totale energiegebruik aan duurzame energie verbruikt wordt en bereken met deze formule hoe groot het percentage duurzame energie is in 2020.

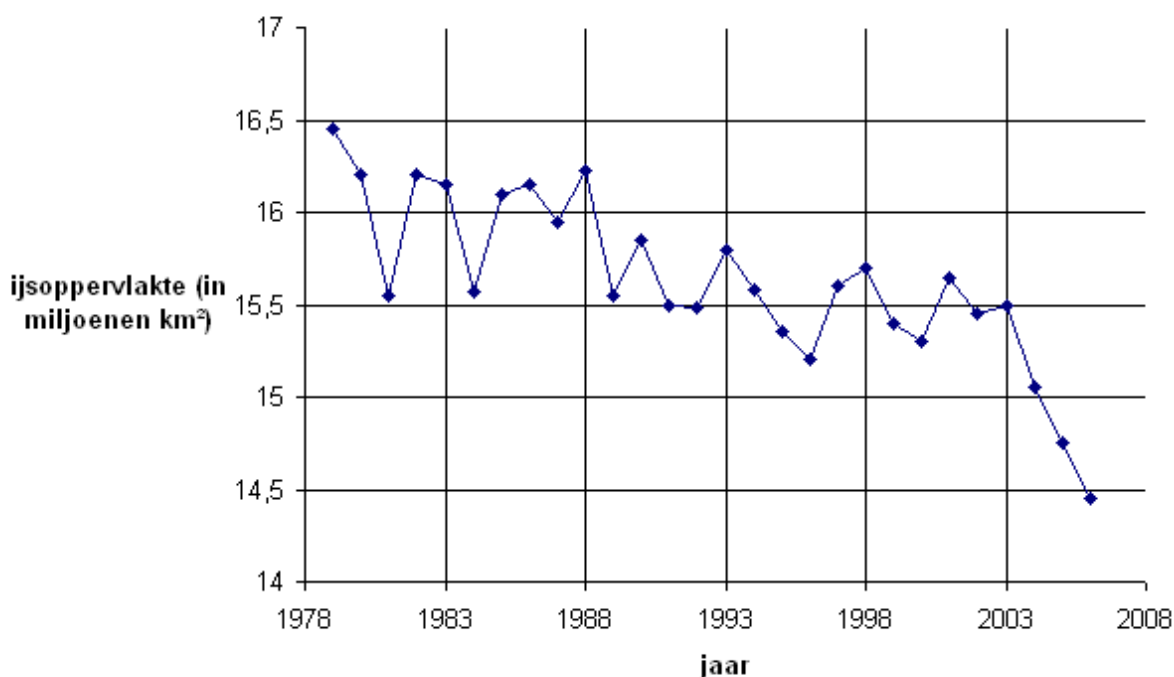
Meneer Samsom gaat uit van exponentiële groei.

- 6p 3 Stel een formule op waarmee je volgens de aanname van meneer Samsom (40% groei in 2 jaar) kunt berekenen hoeveel procent van het totale energiegebruik aan duurzame energie verbruikt wordt en bereken met deze formule hoe groot het percentage duurzame energie is in 2020.

F Noordpoolijs

Op de website van het National Snow and Ice Data Centre staat de volgende (vertaalde) tekst:

De oppervlakte van de ijskap van de Noordpool neemt in de afgelopen jaren duidelijk af. Nieuwe satellietgegevens van NASA en het Amerikaanse National Snow and Ice Data Centre laten zien dat de ijskap niet alleen in de zomer steeds kleiner wordt, maar dat ook de oppervlakte van het Noordpoolijs in de winter sinds de zeventiger jaren van de vorige eeuw, duidelijk terugloopt.



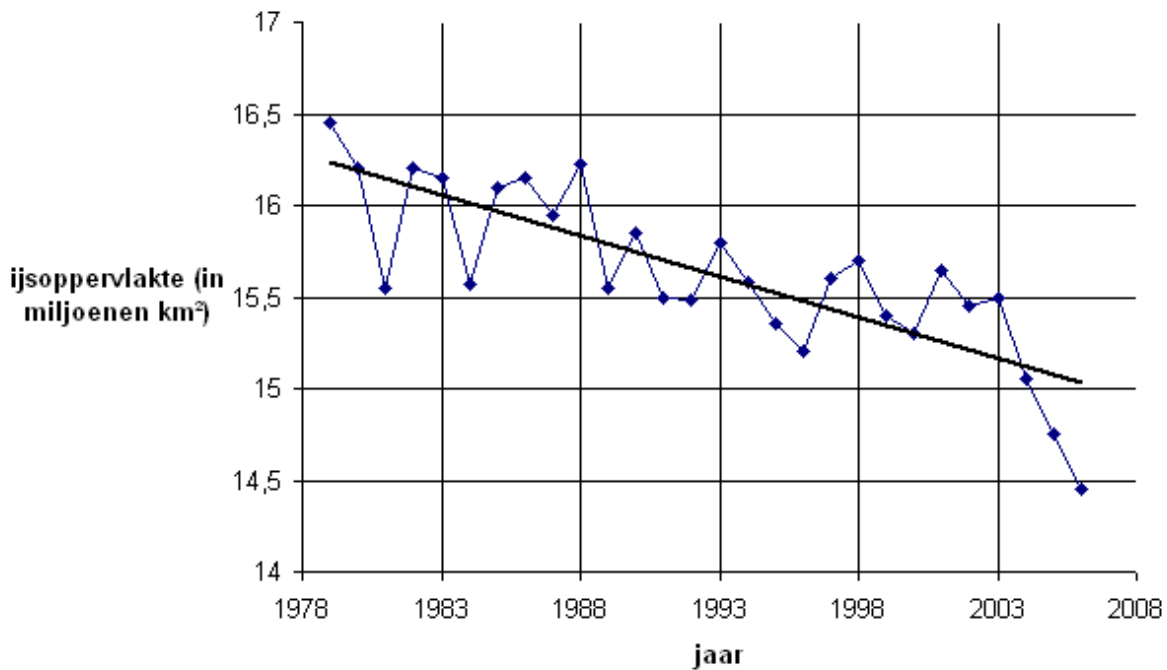
In bovenstaande grafiek is het verloop van het totale ijsoppervlak (in miljoenen km²) van de Noordpool in de winter zichtbaar.

Afgaande op deze gegevens schrijft een journalist een artikel. Hij wil graag een dramatische kop en bedenkt de volgende zin als kop voor dat artikel:

NOORDPOOLIJS NEEMT MET ...% AF!

- 3p **1** Wat is het meest dramatische percentage dat hij op basis van deze gegevens in de kop kan opnemen? Vermeld je bijbehorende berekening.
- 4p **2** Bereken de gemiddelde jaarlijkse afname (in miljoenen km²) van het ijsoppervlak op de Noordpool in de winter in de jaren 1979 – 2006.

In de figuur uit het artikel is een trendlijn getekend. Zie onderstaande figuur.

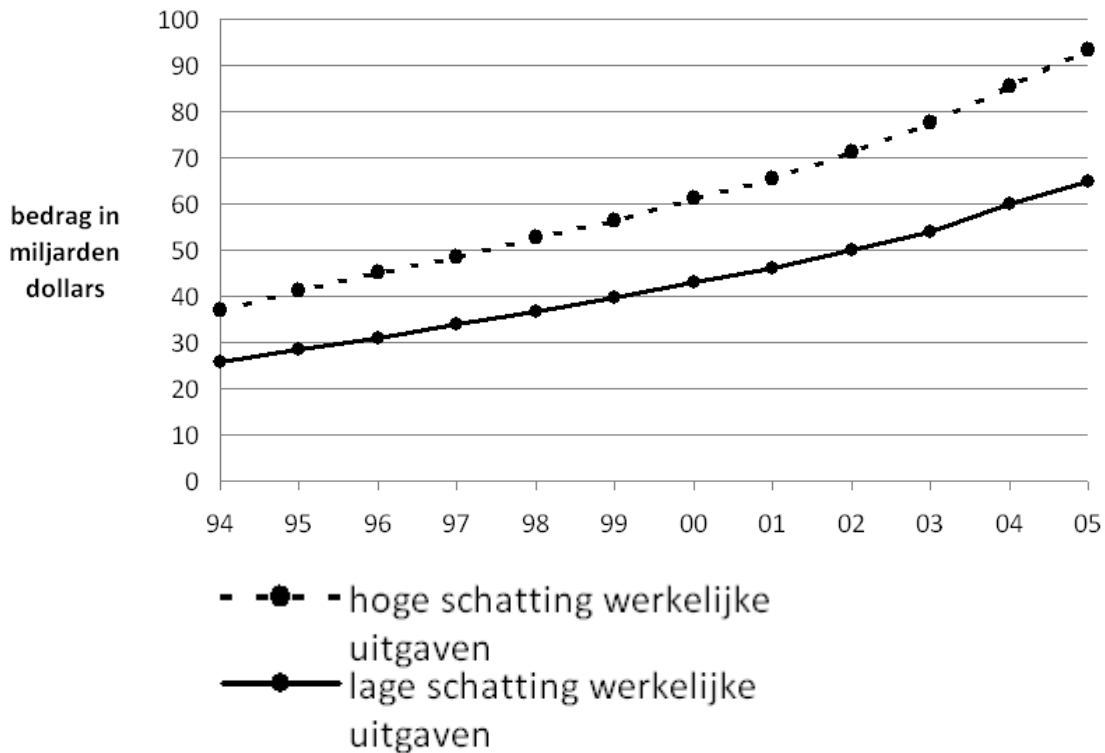


- 6p **3** Voor de trendlijn is een formule $Opp = at + b$ op te stellen met $t = 0$ in 1978. Bepaal de waarde van a en b in deze formule, uitgaande van de bovenstaande grafiek, en bereken met behulp van de formule in welk jaar er geen ijs meer op de Noordpool zal zijn.
- 2p **4** Er zijn mensen die vinden dat het National Snow and Ice Data Centre de waarschuwingen overdrijft dat al het ijs aan het smelten is. Zij gebruiken bijvoorbeeld de gegevens van 1990 tot 2003. Waarom zullen deze mensen dit deel van de grafiek gebruiken?

G China's defensie-uitgaven (ontleend aan CE havo A 2010 I)

China ontwikkelt zich in hoog tempo tot grootmacht, ook op het militaire vlak. Het Pentagon, het Amerikaanse Ministerie van Defensie, houdt de Chinese defensie-uitgaven nauwlettend in de gaten. In de figuur staan de Chinese defensie-uitgaven volgens twee schattingen van het Pentagon, een hoge en een lage.

figuur



Zoals duidelijk te zien is in de figuur wordt het verschil tussen de hoge en de lage schatting steeds groter. In de toekomst zal dat verschil, als alles verloopt zoals tot nu toe, alleen maar nog groter zijn.

- 7p 1 Onderzoek met behulp van de gegevens in de figuur in welk jaar de hoge schatting voor het eerst meer dan 80 miljard groter is dan de lage schatting. Maak daarbij gebruik van exponentiële modellen.

H Brandstofverbruik (ontleend aan CE havo A 2010 I)

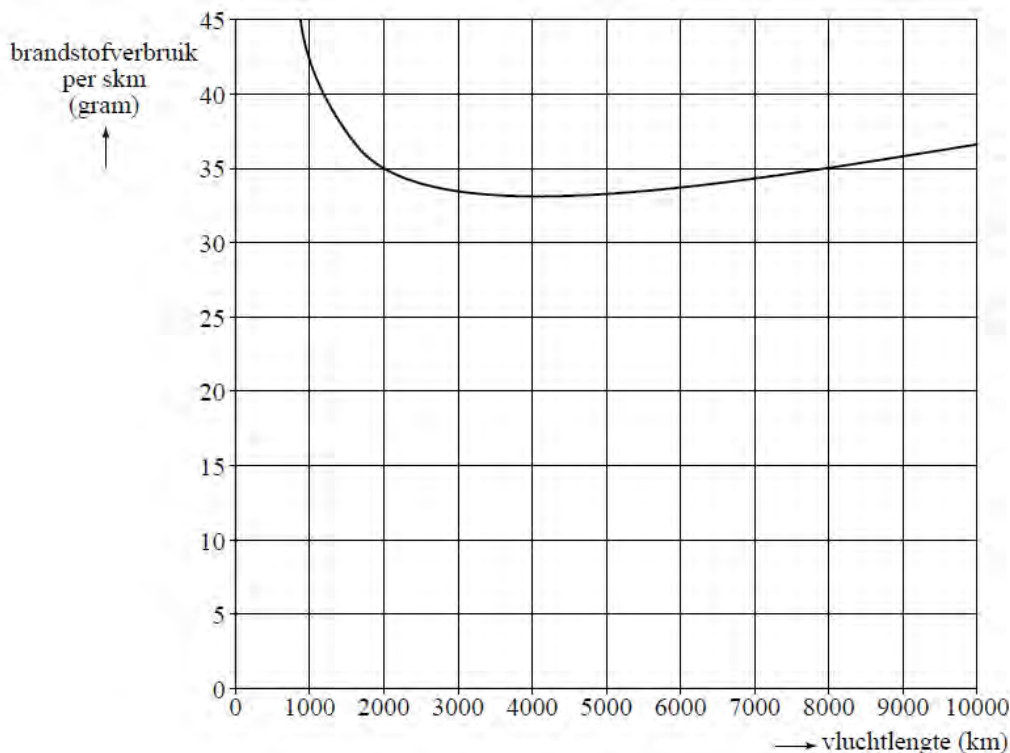
Vliegen kost veel brandstof. Een flink deel van de totale kosten van een vlucht bestaat uit brandstofkosten. Voor vliegmaatschappijen is het dus interessant om zuinige vliegtuigen te gebruiken.

Om het brandstofverbruik van verschillende typen vliegtuigen te kunnen vergelijken, kijkt men naar het brandstofverbruik per kilometer per passagier. Men gaat er daarbij van uit dat alle plaatsen (stoelen) in het vliegtuig bezet zijn. Dit brandstofverbruik per kilometer per passagier wordt **brandstofverbruik per skm** (stoelkilometer) genoemd en wordt uitgedrukt in gram.

We gaan er in deze opgave van uit dat een vliegtuig altijd precies de hoeveelheid brandstof meeneemt die voldoende is voor de lengte van de vlucht.

In de figuur is voor een vliegtuigtype met 524 stoelen aan boord het brandstofverbruik per skm uitgezet tegen de vluchtlengte in km.

figuur

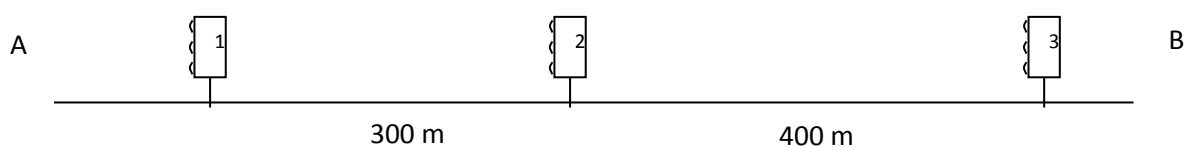


Een toestel van dit type moet worden ingezet op een vlucht met een lengte van 9000 kilometer. Wanneer er mogelijkheden zijn voor een tussenlanding kan dat voordelig zijn, want voor kortere vluchten is het brandstofverbruik per skm lager doordat er minder brandstof meegenomen hoeft te worden.

- 7p 1 Onderzoek of men door het maken van één tussenlanding ten minste 5% aan brandstof kan besparen.

I Groene zone

Op een weg tussen A en B staan achter elkaar 3 werkende verkeerslichten. Alledrie de verkeerslichten hebben een even grote tijd groen licht (maar niet persé op hetzelfde moment). De afstand tussen verkeerslicht 1 en verkeerslicht 2 is 300 meter en tussen verkeerslichten 2 en 3 zit 400 meter. Zie onderstaande figuur.



De bedoeling is dat er een zogenoemde **groene zone** ingesteld wordt op deze weg. Bij die groene zone wordt ervoor gezorgd dat een auto die met een snelheid van 50 km/u over deze weg van A naar B rijdt, bij alle verkeerslichten groen heeft.

- 6p 1 Geef aan hoe de lichten afgesteld moeten zijn om die groene zone te realiseren.

Pilotexamenopgaven

Vanaf 2011 zijn er pilotexamens wiskunde A havo afgenomen. Op de volgende pagina's van dit document staan de pilotexamens van 2011 en 2012.

Het definitieve programma wiskunde A havo bevat de subdomeinen E1 tot en met E4 (statistiek). Deze subdomeinen behoorden niet tot de CE-stof van het pilotprogramma. De subdomeinen B3 (combinatoriek) en D1 (veranderingen) behoorden wel tot de CE-stof van het pilotprogramma, maar niet tot de CE-stof van het definitieve programma.

De pilotexamenopgaven of pilotexamenvragen die niet bij het definitieve programma horen, zijn doorgehaald.

Examen HAVO

2011

tijdvak 1
woensdag 25 mei
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A (pilot)

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Achter het correctievoorschrift zijn twee aanvullingen opgenomen.

Dit examen bestaat uit 21 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 80 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Zuinig rijden

Tijdens rijlessen leer je om in de auto bij 20 km per uur van de eerste naar de tweede versnelling te schakelen.

Daarna ga je bij 40 km per uur naar de derde versnelling, bij 60 km per uur naar de vierde en ten slotte rond de 90 km per uur naar de vijfde. Iedere versnelling heeft een ideale snelheid.

Maar is dat ook de zuinigste snelheid?

Om dit te onderzoeken heeft men met dezelfde auto steeds met andere snelheden en in een andere versnelling telkens hetzelfde traject afgelegd en daarbij steeds de **literafstand L** (de afstand die je met 1 liter benzine kunt afleggen) gemeten. Een deel van de resultaten staat in tabel 1.

foto



tabel 1

literafstand bij 80 km per uur			
versnelling	3	4	5
literafstand L (km)	16,92	19,63	21,68

In tabel 1 kun je zien dat je bij 80 km per uur het beste in de vijfde versnelling kunt rijden, omdat je dan 21,68 km kunt afleggen met 1 liter benzine.

Je rijdt op dit traject met een snelheid van 80 km per uur. Je begint met een volle tank van 35 liter benzine en je rijdt die tank helemaal leeg.

- 3p 1 Bereken hoeveel km je in de vijfde versnelling meer kunt afleggen dan in de vierde versnelling.

In tabel 2 staat de literafstand L voor verschillende snelheden in de vijfde versnelling.

tabel 2

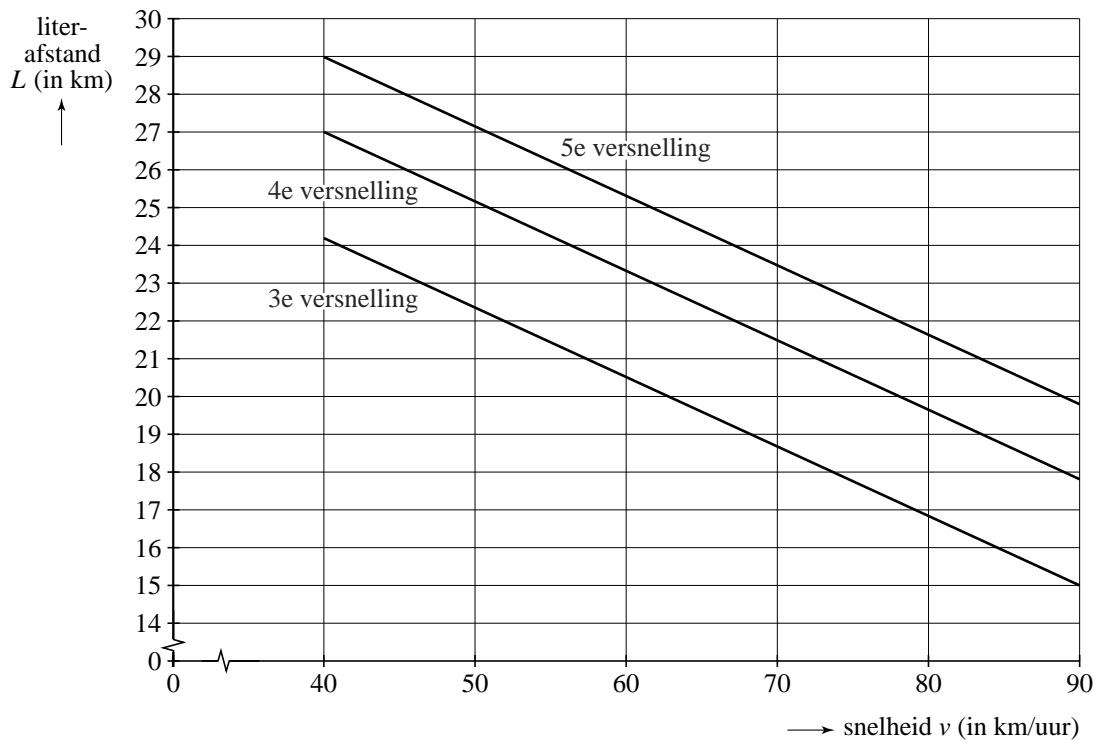
literafstand in de vijfde versnelling						
snelheid v (km per uur)	40	50	60	70	80	90
literafstand L (km)	29,03	27,19	25,35	23,51	21,68	19,84

Je legt in de vijfde versnelling een traject van 300 km af. Als je 80 km per uur rijdt, heb je deze afstand sneller afgelegd dan wanneer je 60 km per uur rijdt. Maar je verbruikt wel meer benzine.

- 3p 2 Bereken hoeveel liter benzine je dan meer verbruikt.

De resultaten van het onderzoek zijn in de figuur grafisch weergegeven.

figuur



In de figuur kun je voor de derde, vierde en de vijfde versnelling bij iedere snelheid de literafstand aflezen. De figuur bestaat uit drie evenwijdige rechte lijnen. De figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

Je rijdt 70 km per uur in de vierde versnelling.

- 3p **3** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage met welke snelheid je in de derde versnelling kunt rijden bij dezelfde literafstand. Licht je werkwijze toe.

Voor de vierde en de vijfde versnelling worden deze lineaire verbanden beschreven door de formules:

$$L_{\text{vierde versnelling}} = -0,1838 \cdot v + 34,33$$

$$L_{\text{vijfde versnelling}} = -0,1838 \cdot v + 36,38$$

Hierin is L de literafstand in km en v de snelheid in km per uur.

De formule voor de literafstand in de derde versnelling $L_{\text{derde versnelling}}$ ontbreekt in het bovenstaande.

- 4p **4** Stel op basis van bovenstaande gegevens deze formule op.

Als je wilt weten met welke snelheid je mag rijden in de vijfde versnelling om een bepaalde literafstand te halen, is het handig het gegeven verband tussen de literafstand en de snelheid te schrijven in de vorm:

$$v = a \cdot L_{\text{vijfde versnelling}} + b$$

- 4p **5** Leid uit het gegeven verband tussen $L_{\text{vijfde versnelling}}$ en v een formule van bovenstaande vorm af. Rond a en b af op één decimaal.

De grootste taart

Omdat je winnaar van een wedstrijd bent, krijg je één voor één in willekeurige volgorde een aantal taarten van verschillende grootte te zien. Je weet van tevoren hoeveel taarten er getoond zullen worden, maar je hebt geen idee hoe groot de taarten zijn.

Direct na elke taart moet je zeggen of je deze wilt of niet, maar je mag maar één keer ja zeggen. Het gaat erom dat je de grootste van alle taarten probeert te kiezen.

De vraag is: wat is de beste strategie om de grootste taart te bemachtigen?

afbeelding



Vijf taarten

We bekijken een situatie waarin vijf taarten getoond worden. De kleinste taart noemen we 1, de op één na kleinste 2, daarna volgen de taarten 3 en 4 en de grootste taart is taart 5. In het voorbeeld op de afbeelding worden de taarten in de volgorde 4-2-3-5-1 getoond. De taarten worden echter, zoals al gezegd, in willekeurige volgorde gepresenteerd.

- 4p 6 Bereken hoeveel verschillende volgordes er zijn met vijf taarten, waarbij de eerste taart niet de grootste is.

We bekijken enkele strategieën om te proberen de grootste taart te bemachtigen. Daartoe nemen we de wat eenvoudigere situatie waarbij in totaal maar vier taarten getoond worden. Deze kunnen in 24 verschillende volgordes gepresenteerd worden. De kleinste taart is ook nu taart 1, daarna volgen de taarten 2, 3 en 4. Taart 4 is in dit geval de grootste taart.

Strategie van Richard bij vier taarten

Richard denkt dat het een willekeurige gok is en hij besluit om ja te zeggen tegen de tweede taart die hij te zien krijgt.

- 3p 7 Bij hoeveel volgordes van de 4 taarten zal Richard de grootste taart bemachtigen? Licht je antwoord toe.

~~Strategie van Remco bij vier taarten~~

~~Remco besluit om de eerste taart die hij te zien krijgt nooit te nemen, maar de eerstvolgende taart die groter is dan die eerste. Hij kiest uiteindelijk wel altijd een taart. Zijn alle volgende taarten kleiner dan de eerste taart, dan kiest hij dus noodzakelijkerwijs de laatste taart.~~

~~Remco schrijft alle mogelijke volgordes op.~~

~~In de tabel wordt steeds de gekozen taart omcirkeld.~~

~~Je kunt in de tabel natellen dat Remco met zijn strategie bij 11 volgordes de grootste taart zal bemachtigen.~~

~~tabel~~

1(2)34	1(2)43	1(3)24	1(3)42	1(4)23	1(4)32
21(3)4	21(4)3	2(3)14	2(3)41	2(4)13	2(4)31
312(4)	31(4)2	321(4)	32(4)1	3(4)12	3(4)21
412(3)	413(2)	421(3)	423(1)	431(2)	432(1)

~~Strategie van Marlies bij vier taarten~~

~~Marlies besluit om de eerste twee taarten die ze te zien krijgt nooit te nemen; ze neemt de eerstvolgende taart die groter is dan zowel de eerste als de tweede taart. Zijn de volgende taarten kleiner dan de eerste twee taarten, dan kiest ze de laatste taart.~~

- 5p **8** ~~Onderzoek of Marlies met deze strategie bij vier taarten vaker dan Remco de grootste taart zal bemachtigen. Je kunt hierbij gebruikmaken van de tabel op de uitwerkbijlage.~~

Woei wordt waaide

We noemen werkwoorden regelmatig wanneer ze worden vervoegd als het werkwoord fietsen: **fietsen** — **fietste** — **gefietst**, of als het werkwoord huilen: **huilen** — **hulde** — **gehuild**. Er is een vaste uitgang voor de verleden tijd en het voltooid deelwoord. Wanneer een werkwoord bij de vervoeging verandering van klinkers (a, e, i, ...) of medeklinkers (b, c, d, ...) vertoont, spreken we van een onregelmatig werkwoord. Een voorbeeld hiervan is het werkwoord lopen, dat wordt vervoegd als **lopen** — **liep** — **gelopen**.

Veel werkwoorden die tegenwoordig regelmatig zijn, waren vroeger onregelmatig. Onregelmatige werkwoorden hebben namelijk de neiging in de loop der tijd regelmatig te worden. Denk maar aan het werkwoord waaïen. Sommige oudere mensen zeggen nog: 'Gisteren woei het erg!', terwijl vooral jongeren zeggen: 'Gisteren waaide het erg!'

Wetenschappers hebben dit verschijnsel onderzocht voor Engelse werkwoorden. Zij turfden het aantal onregelmatige werkwoorden in drie verschillende perioden. Je begrijpt dat in het onderzoek alleen die werkwoorden betrokken zijn waarvan uit elke periode gegevens bekend waren.

Van de 177 onregelmatige werkwoorden in het Oudengels (800 na Christus) waren er in het Middelenegels (1200 na Christus) 145 nog steeds onregelmatig, en in het moderne Engels (2000 na Christus) nog maar 98.

Er geldt bij benadering dat het aantal Engelse onregelmatige werkwoorden daalt volgens een exponentieel verband.

- 5p **9** Bereken met behulp van de bovenstaande gegevens het afnamepercentage per 100 jaar.

In werkelijkheid zijn er natuurlijk meer onregelmatige werkwoorden dan alleen die werkwoorden van het onderzoek. We nemen aan dat bij benadering het volgende verband tussen het totaal aantal Engelse onregelmatige werkwoorden W en het jaartal t geldt:

$$W = 432 \cdot 0,9995^t$$

- 3p **10** Bereken met behulp van dit verband in welk jaar het aantal Engelse onregelmatige werkwoorden nog maar 80 zal zijn.

In het moderne Engels (2000 na Christus, dus $t = 2000$) is slechts 3% van de werkwoorden onregelmatig.

- 4p **11** Bereken met behulp van het verband het totaal aantal Engelse werkwoorden in het jaar 2000.

Het regelmatig worden van werkwoorden gebeurt sneller naarmate de woorden minder vaak worden gebruikt.

De wetenschappers hebben alle onderzochte onregelmatige werkwoorden in zes groepen ingedeeld. De meest gebruikte, **to be** en **to have**, zitten in groep 1 en de minst gebruikte zitten in groep 6.

In groep 3 blijkt het aantal werkwoorden in de periode 800 tot 2000 na Christus afgenomen te zijn van 37 tot 33. In deze groep 3 zijn de werkwoorden **to help**, **to reach**, **to walk** en **to work** regelmatig geworden. Ga ervan uit dat binnen deze groep het aantal werkwoorden bij benadering exponentieel afneemt met 0,01% per jaar.

- 4p 12 Bereken hoeveel jaar het duurt tot het aantal werkwoorden in groep 3 gehalveerd is.

De onderzoekers onderzochten dit voor elke groep en leidden hieruit de volgende vuistregel af: wordt een onregelmatig werkwoord n keer zo vaak gebruikt, dan duurt het \sqrt{n} keer zo lang totdat dit werkwoord regelmatig wordt. Een onregelmatig werkwoord dat bijvoorbeeld 100 keer zo vaak gebruikt wordt als een ander onregelmatig werkwoord, zal er $\sqrt{100} = 10$ keer zo lang over doen om regelmatig te worden.

In Nederland heeft men uit stukken tekst van in totaal 100 miljoen woorden de 10 meest gebruikte Nederlandse werkwoorden gehaald. Zie de tabel. Het valt vrijwel direct op dat de eerste 9 onregelmatig zijn.

tabel

	werkwoord	frequentie
1	zijn	2 264 398
2	worden	946 623
3	hebben	872 661
4	kunnen	569 152
5	zullen	382 900
6	moeten	345 098
7	gaan	285 026
8	komen	267 532
9	zeggen	230 606
10	maken	214 280

Neem aan dat het Nederlandse werkwoord **komen** pas na 13 000 jaar regelmatig wordt, zoals men dat ook verwacht voor het Engelse werkwoord **to come**. Neem verder aan dat de vuistregel ook geldt voor de Nederlandse onregelmatige werkwoorden. Dan kun je met behulp van de tabel berekenen hoeveel jaar het duurt voor het werkwoord **worden** regelmatig wordt.

- 3p 13 Bereken met behulp van de frequenties in de tabel hoeveel jaar het duurt voor het werkwoord **worden** regelmatig wordt.

Kinderalimentatie

Als ouders scheiden, blijven de kinderen meestal bij één van de ouders wonen. Deze ouder neemt de zorg van de kinderen op zich. De andere ouder draagt financieel bij in deze zorg door maandelijks een bepaald geldbedrag, de (kinder)alimentatie, te betalen.

Bij minderjarige kinderen zijn er normen vastgesteld om de hoogte van de alimentatie te bepalen. Daarbij spelen slechts een paar zaken een rol: het aantal kinderen, de leeftijd van de kinderen en het gezinsinkomen vóór de scheiding. In deze opgave nemen we aan dat de ouder bij wie de kinderen gaan wonen geen eigen inkomen heeft.

In de tabel is een gedeelte te zien van de tabel waarmee de alimentatie A per maand wordt bepaald in een situatie met kinderen van 6 tot en met 11 jaar.

tabel

		gezinsinkomen G (in euro per maand) vóór de scheiding					
		1500	2000	2500	3000	3500	4000
aantal kinderen	1	197	287	376	466	555	644
	2	295	431	568	704	841	977
	3	359	533	706	880	1053	1226
	4 of meer	435	645	855	1065	1275	1485

In de tabel is te zien dat bij drie kinderen en een gezinsinkomen van € 3500 de alimentatie A voor deze drie kinderen samen € 1053 is.

Er is, bij een gegeven aantal kinderen, bij benadering een lineair verband tussen de alimentatie A en het gezinsinkomen G .

- 4p **14** Bereken met behulp van lineair extrapoleren de alimentatie bij twee kinderen en een gezinsinkomen van € 4820.

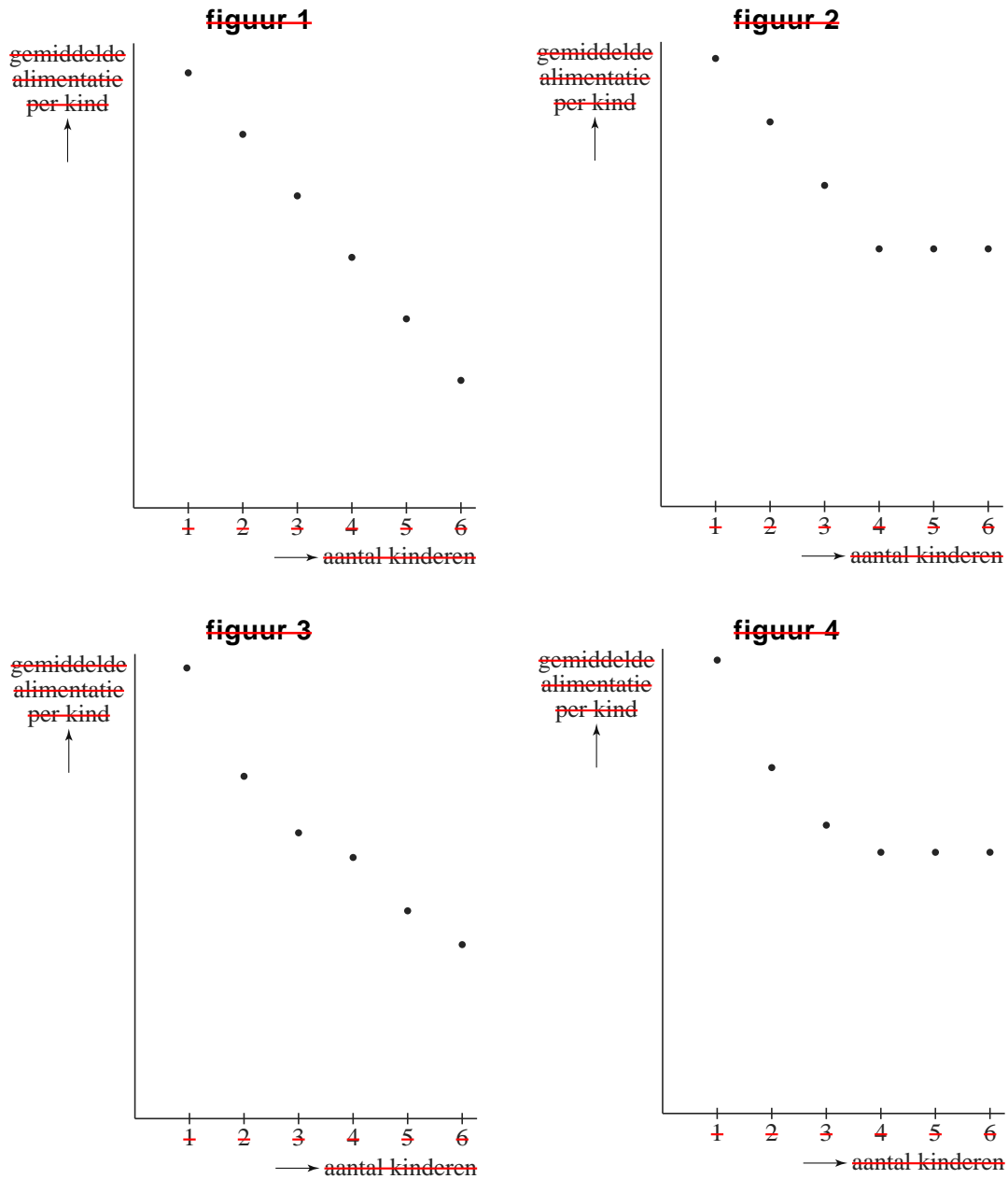
Hoe hoger het gezinsinkomen, hoe hoger het bedrag aan alimentatie dat betaald moet worden. Een jurist stelt: "Iemand die voor drie kinderen alimentatie moet betalen, betaalt voor elke euro gezinsinkomen boven de € 1500 ongeveer 35 cent aan alimentatie."

- 3p **15** Laat met een berekening zien of de jurist gelijk heeft.

~~Tot dusverre is alleen gekeken naar de alimentatie die voor alle kinderen samen betaald moet worden. De alimentatie die ieder kind ontvangt, dus de gemiddelde alimentatie per kind, is afhankelijk van het aantal kinderen.~~

~~Van deze gemiddelde alimentatie per kind is een globale grafiek te tekenen. Die grafiek ziet er, ongeacht het gezinsinkomen, altijd ongeveer hetzelfde uit.~~

~~Hieronder zijn vier grafieken gegeven, waarvan er één de juiste is.~~



5p 16 Welke grafiek is de juiste? Licht je antwoord toe.

Gebruiksduur

Een fabriek produceert een bepaald type huishoudelijk apparaat dat door veel consumenten wordt gekocht. Sommige van die apparaten gaan lang mee, andere zijn al vrij snel defect.

De serviceafdeling van de fabriek verzamelt informatie over de gebruiksduur van dit type. Dat doet men door te onderzoeken op welk moment de apparaten defect raken.

Er zijn twee verschillende formules waarmee men de gebruiksduur probeert te beschrijven:

$$\text{formule 1: } P = 100 \cdot (1 - 0,8^t)$$

$$\text{formule 2: } P = 100 \cdot (1 - 0,61^t) - 50t \cdot 0,61^t$$

Hierin is P het percentage apparaten dat na t jaar of eerder defect is geraakt.

- 3p **17** Bij welke van de twee formules is na 5,5 jaar ruim driekwart van de apparaten defect? Licht je antwoord toe.

Op tijdstip $t = 0$ geven beide formules hetzelfde percentage, namelijk 0. Er is echter nog een ander tijdstip waarop beide formules hetzelfde percentage opleveren.

- 3p **18** Bereken voor welke andere waarde van t beide formules hetzelfde percentage geven. Rond je antwoord af op één decimaal.

Formules die gebruikt kunnen worden om de gebruiksduur te beschrijven, moeten aan de volgende drie eisen voldoen:

- 1 op $t = 0$ moet gelden dat $P = 0$;
- 2 als t groter wordt, moet P toenemen;
- 3 als t heel groot wordt, moet P naderen naar 100.

- 4p **19** Geef een redenering aan de hand van formule 1 waaruit blijkt dat formule 1 aan de tweede en derde eis voldoet.

$$\text{Formule 2 is: } P = 100 \cdot (1 - 0,61^t) - 50t \cdot 0,61^t.$$

Deze formule is in de volgende vorm te schrijven: $P = a + (b \cdot t + c) \cdot 0,61^t$.

Hierin zijn a , b en c constanten.

- 3p **20** Bereken de waarden van a , b en c .

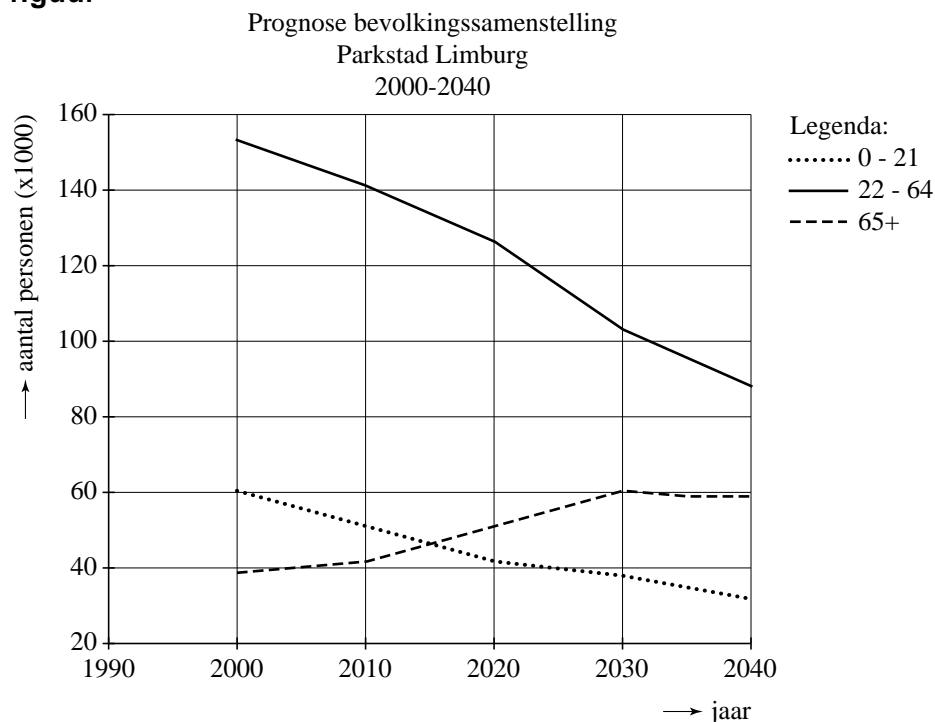
Parkstad Limburg

In de krant lees je vaak over de dreigende vergrijzing: het percentage 65-plussers zal de komende jaren spectaculair stijgen.

Stadsregio Parkstad Limburg omvat acht gemeenten in Zuidoost-Limburg met ongeveer 252 000 inwoners in 2000. Er zijn prognoses gemaakt van de bevolkingssamenstelling tot 2040. Zie de figuur.

Bestuurders van Parkstad Limburg willen duidelijk maken dat de dreigende vergrijzing ook voor Parkstad Limburg geldt.

figuur



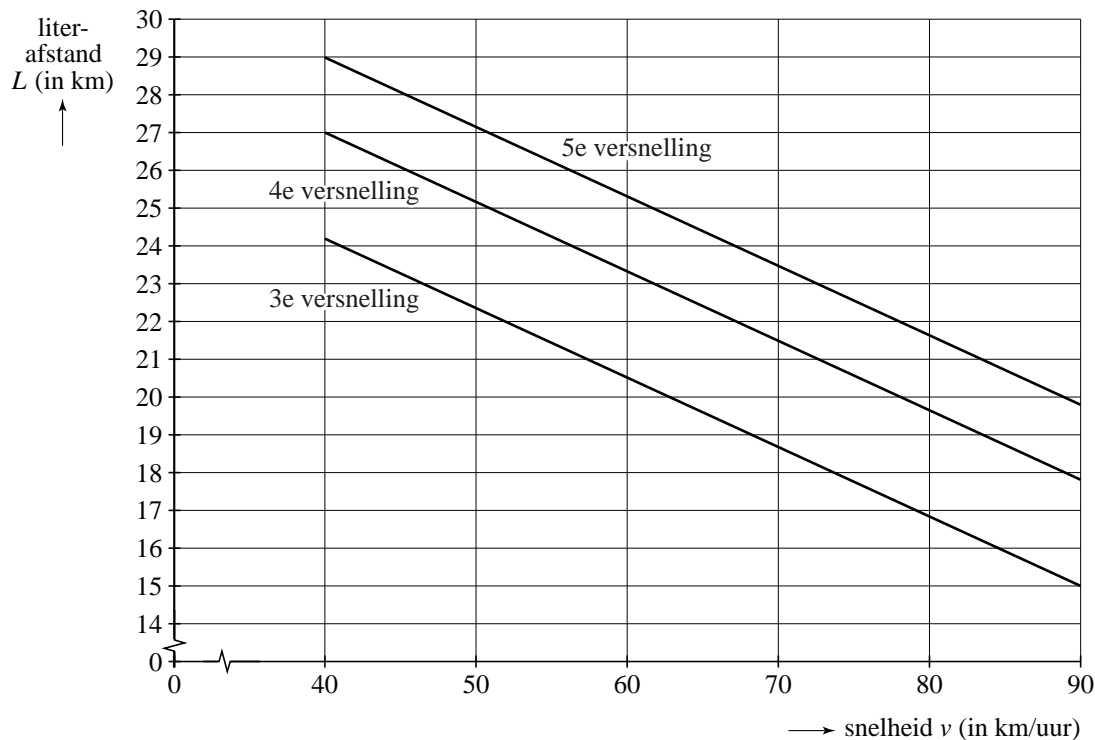
- 7p 21 Maak voor deze bestuurders aan de hand van de gegevens van de figuur een grafiek waarin de spectaculaire stijging van het percentage 65-plussers zichtbaar is. Geef hiermee vervolgens een schatting van het percentage 65-plussers in Parkstad Limburg in 2050.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

3



8

1 2 3 4	1 2 4 3	1 3 2 4	1 3 4 2	1 4 2 3	1 4 3 2
2 1 3 4	2 1 4 3	2 3 1 4	2 3 4 1	2 4 1 3	2 4 3 1
3 1 2 4	3 1 4 2	3 2 1 4	3 2 4 1	3 4 1 2	3 4 2 1
4 1 2 3	4 1 3 2	4 2 1 3	4 2 3 1	4 3 1 2	4 3 2 1

VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN

Examen HAVO

2011

tijdvak 2
woensdag 22 juni
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A (pilot)

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 20 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 79 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

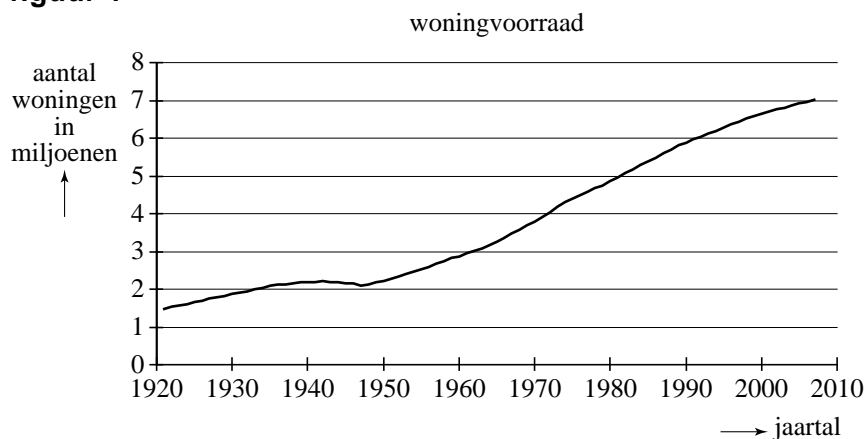
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Woningvoorraad

In de Arnhemse nieuwbouwwijk Schuytgraaf werd op 5 november 2007 gevierd dat de woningvoorraad (het aantal woningen) in Nederland de grens van de zeven miljoen had bereikt.

Rond 1896 doorbrak de woningvoorraad de grens van één miljoen woningen. In 1934 werd de grens van twee miljoen bereikt. Hierna duurde het tot 1962 voordat de grens van de drie miljoen woningen werd gepasseerd. In 1992 bereikte de woningvoorraad de zes miljoen, en in 2007 is dus de grens van de zeven miljoen woningen overschreden. Zie figuur 1.

figuur 1



In de periode 1962 – 1992 is het aantal woningen vrijwel lineair gestegen van 3 miljoen tot 6 miljoen. Daarbij hoort een formule:

$$W = a \cdot t + b$$

Hierin is W het aantal woningen in miljoenen en t het aantal jaren na 1962.

3p 1 Bereken a en b .

Er zijn twee soorten woningen: huurwoningen en koopwoningen. Door de jaren heen is de samenstelling van de woningvoorraad sterk veranderd. Waren in het verleden de meeste woningen huurwoningen, nu zijn het vooral koopwoningen. Zo zie je in de tabel dat in 1956 nog geen drie tiende deel van de woningen een koopwoning was, maar dat in 2006 al ruim de helft van de woningen een koopwoning was.

tabel

jaar (meting op 1 juli)	1956	1971	1984	1995	2006
koopwoningendeel K	0,29	0,35	0,41	0,47	0,54

Dit koopwoningendeel K blijkt in de periode 1956 – 2006 bij benadering exponentieel te groeien.

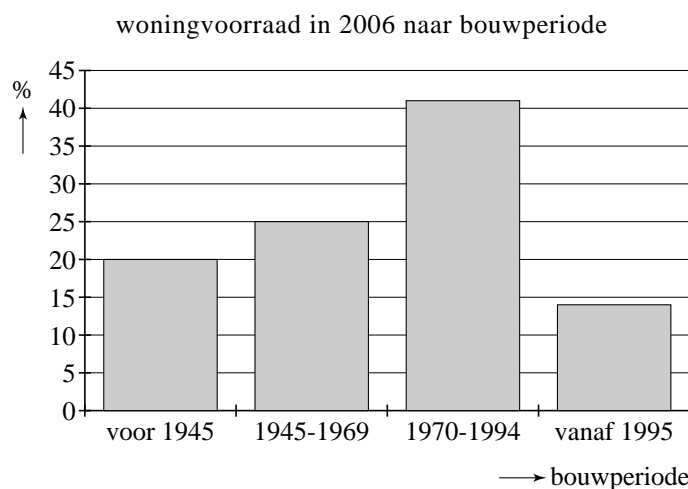
Op basis van de gegevens in de tabel kan geconcludeerd worden dat deze groei ongeveer 1,25% per jaar bedraagt.

- 4p 2 Toon met behulp van de tabelgegevens van 1956 en 2006 aan dat deze groei inderdaad ongeveer 1,25% per jaar bedraagt.

Er worden ieder jaar nieuwe huizen gebouwd en er worden maar weinig huizen gesloopt. Daardoor zijn er zowel nieuwe als oude(re) huizen. Zie figuur 2.

Je ziet daarin bijvoorbeeld dat van de woningvoorraad in 2006 41% gebouwd is in de periode 1970 – 1994.

figuur 2



In 2006 waren er in totaal 6,9 miljoen woningen. Daarvan waren er 900 000 koopwoningen die vóór 1945 gebouwd zijn.

In de tabel kun je aflezen dat in 2006 het koopwoningendeel 0,54 was. In een artikel werd over de woningvoorraad van 2006 geschreven:

“Het koopwoningendeel van de woningen die vóór 1945 gebouwd zijn, is groter dan 0,54.”

- 5p 3 Onderzoek of de bewering in dat artikel juist is.

Verzekeren

Verzekeringsmaatschappijen krijgen schadegevallen binnen van hun klanten en betalen deze meestal uit. De schadebedragen kunnen variëren. Soms is er sprake van enorme schadebedragen en soms van een groot aantal tegelijk, zoals na een aardbeving.

Verzekeringsmaatschappijen moeten natuurlijk wel genoeg geld hebben om te kunnen uitbetalen. Daarom zorgen ze ervoor om niet alleen een bedrag te reserveren, maar ook om een deel van het risico te **herverzekeren** bij een andere verzekeringsmaatschappij.

Voor alle schadebedragen boven de 50 000 euro krijgt de verzekeraar het gedeelte bóven de 50 000 euro dan terug van de herverzekeraar. De klanten merken hier niets van.

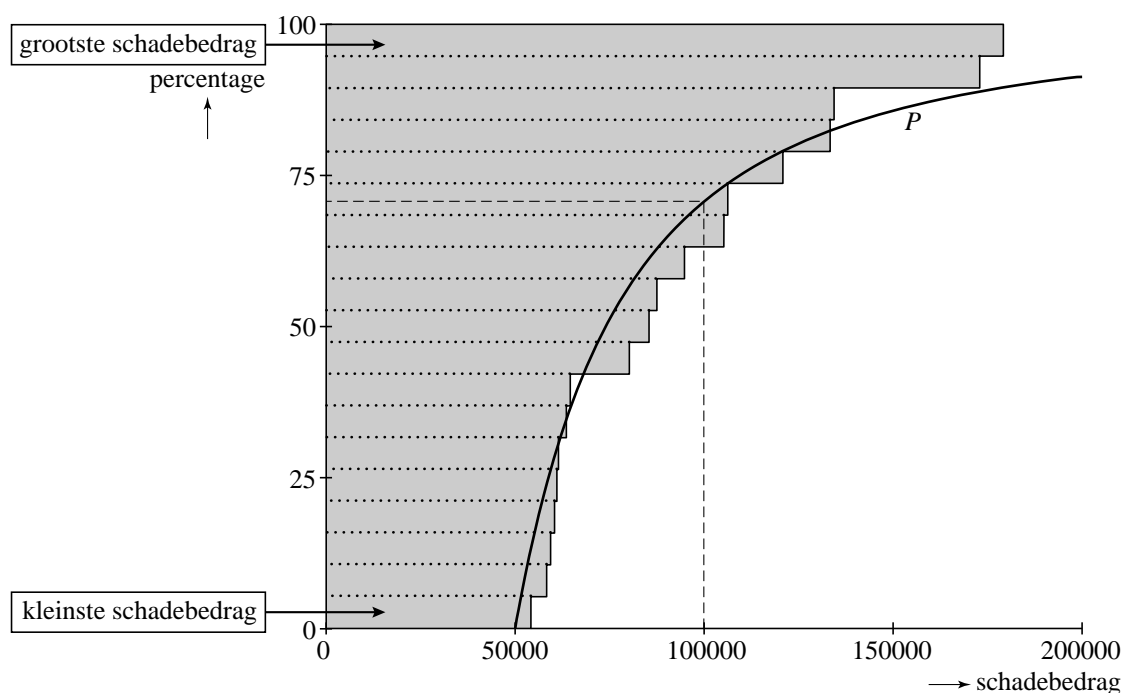
Een verzekeraar moet in een maand 60 schadegevallen van 750 euro, een schadegeval van 70 000 euro en een schadegeval van 110 000 euro vergoeden.

- 4p 4 Laat met een berekening zien dat de verzekeraar ruim een derde deel van het totale schadebedrag terugkrijgt van de herverzekeraar.

Voor de herverzekeraar is het dus belangrijk om iets te weten over de verdeling van de schadebedragen boven de 50 000 euro.

Dit bekijkt de herverzekeraar op de volgende manier. Alle schadebedragen boven de 50 000 euro worden van klein naar groot boven elkaar gezet, met horizontaal het bijbehorende schadebedrag. In 2003 zijn bij een Nederlandse herverzekeraar 19 schadegevallen geconstateerd waarvan het kleinste schadebedrag 55 000 euro is en het grootste 178 000 euro. Deze zijn weergegeven in de onderstaande figuur. Verticaal lees je in de figuur af: het percentage schadegevallen lager dan het bijbehorende schadebedrag of gelijk aan dat schadebedrag.

figuur



Wanneer dit gedaan wordt voor grote aantallen schades, zullen de uiteinden van de horizontale staven de getekende grafiek van P benaderen.

Bij de getekende grafiek hoort de volgende formule:

$$P = 100 - 100 \cdot \left(\frac{50000}{x} \right)^{1,77}$$

Hierin geeft P aan hoeveel procent van alle schadebedragen die van belang zijn voor de herverzekeraar lager is dan of gelijk aan x euro.

Uit de grafiek van P in de figuur kun je aflezen dat ongeveer 70% van die schadebedragen, bedragen zijn van ten hoogste 100 000 euro.

- 3p **5** Bereken met behulp van de formule hoeveel procent van de schadebedragen die van belang zijn voor de herverzekeraar hoger dan 150 000 euro is.

De herverzekeraar wil weten welk minimaal schadebedrag hoort bij de 5% grootste schades die hij kan verwachten.

- 4p **6** Bereken dit schadebedrag met behulp van de formule.

Een aantal Nederlandse verzekeringsmaatschappijen herverzekert zich bij Amerikaanse verzekeringsmaatschappijen. Zij werken met dollars en gebruiken een aangepaste formule van P . De door hen gebruikte formule is afhankelijk van de wisselkoers van dollar en euro.

$$P = 100 - 100 \cdot \left(\frac{71396}{y} \right)^{1,77}$$

Hierin geeft P ook weer aan hoeveel procent van alle schadebedragen die van belang zijn voor de herverzekeraar lager is dan of gelijk is aan een bepaald bedrag. Maar in deze formule is dat bedrag, y genoemd, in dollar.

Het verband tussen y en x in beide formules is een evenredig verband: $y = a \cdot x$.

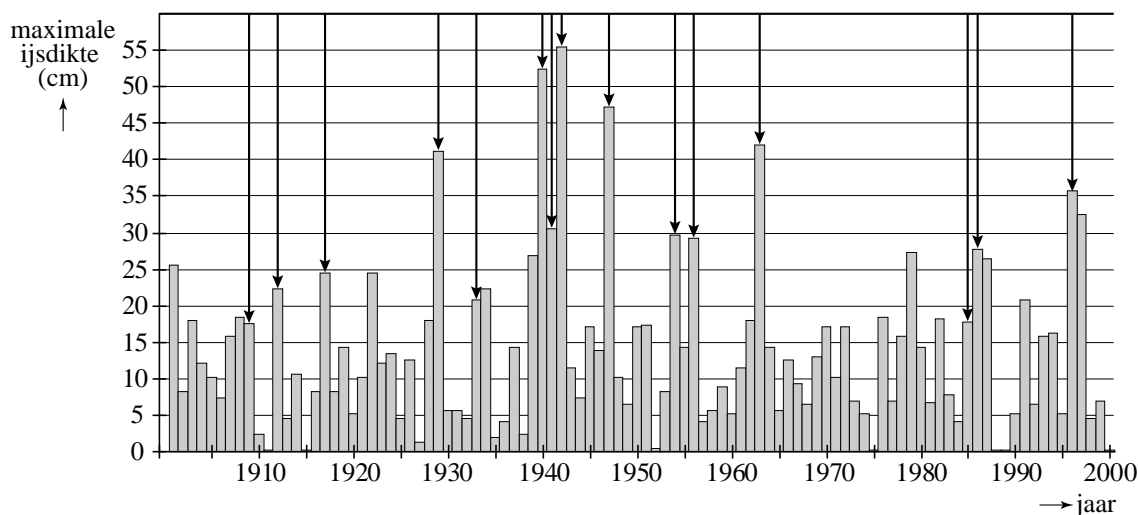
- 4p **7** Toon met behulp van beide formules aan dat het verband tussen y en x inderdaad een evenredig verband is en leg uit wat a in deze situatie betekent.

Elfstedentocht

De schaatsliefhebbers zullen er niet vrolijk van worden. Een rapport van het Intergovernmental Panel on Climate Change voorspelt dat in de 21e eeuw de wereldgemiddelde temperatuur behoorlijk zal stijgen. Deze temperatuurstijging zal ook Friesland niet voorbijgaan. De vraag is: kunnen we nog een Elfstedentocht verwachten?

Er kan al een Elfstedentocht verreden worden bij een ijsdikte van 15 cm. In figuur 1 is van elk jaar van de vorige eeuw de maximale ijsdikte weergegeven. Je ziet dat er heel wat jaren waren waarin het ijs een dikte had van minstens 15 cm. In theorie zouden er dus heel wat Elfstedentochten mogelijk zijn geweest. Toch zijn er in werkelijkheid veel minder Elfstedentochten gereden: de pijltjes markeren de winters waarin er daadwerkelijk een Elfstedentocht¹⁾ geweest is. De oorzaak hiervan ligt in problemen met de kwaliteit van het ijs, zwak ijs in de steden, bemaling, enzovoort.

figuur 1



Op grond van de gegevens van de vorige eeuw kunnen we, bij een ijsdikte van minstens 15 cm, het percentage p berekenen van winters dat er werkelijk een Elfstedentocht gereden wordt. Voor dit percentage p geldt de formule:

$$p = \frac{\text{aantal werkelijk gereden Elfstedentochten}}{\text{aantal mogelijke Elfstedentochten}} \times 100$$

Het percentage p blijkt ongeveer 40 te zijn.

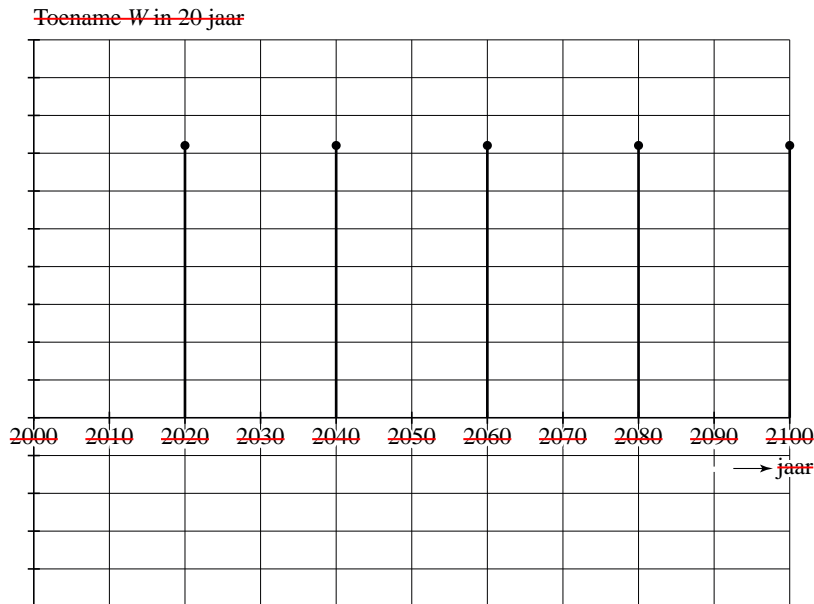
3p 8 Bereken p in één decimaal nauwkeurig.

De ijsdikte in een bepaalde winter is natuurlijk afhankelijk van de temperatuur tijdens de winter. Deze wintertemperatuur W , de gemiddelde temperatuur gerekend over een hele winter, zal in de komende jaren behoorlijk stijgen. Men verwacht dat W in de 21e eeuw in totaal met 3,6 °C stijgt.

noot 1 Er wordt maximaal één Elfstedentocht per winter gereden.

~~In figuur 2 is een toename-diagram getekend dat hoort bij de stijging van de wintertemperatuur W in de 21e eeuw. Deze figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.~~

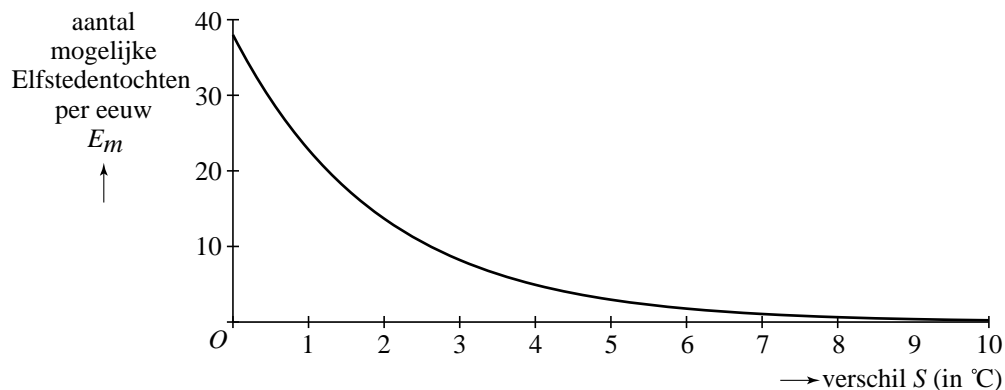
figuur 2



- 4p **9** ~~Welk type stijging hoort hierbij? Bereken de hoogte van de staafjes en geef op de uitwerkbijlage de juiste schaalverdeling langs de verticale as aan. Licht je antwoorden toe.~~

Figuur 3 laat zien hoe het aantal mogelijke Elfstedentochten per eeuw E_m daalt wanneer de wintertemperatuur stijgt. In figuur 3 kun je bijvoorbeeld aflezen dat, als de wintertemperatuur in een bepaalde eeuw iedere winter $4,0\text{ }^\circ\text{C}$ hoger zou liggen dan de gemiddelde wintertemperatuur in de 20e eeuw, er maar 5 Elfstedentochten in die eeuw mogelijk zullen zijn.

figuur 3



De grafiek in figuur 3 kan worden beschreven met de volgende formule:

$$E_m = b \cdot g^S$$

Hierin is S het verschil in $^\circ\text{C}$ tussen de wintertemperatuur in iedere winter en de gemiddelde wintertemperatuur in de 20e eeuw.

- 4p **10** Hoe groot zijn b en g , uitgaande van bovenstaande gegevens? Licht je antwoord toe.

Een wiskundige heeft een formule opgesteld voor het aantal te verwachten Elfstedentochten E_w in de 21e eeuw, waarbij rekening gehouden is met een geleidelijke toename van de wintertemperatuur in de 21e eeuw en met het feit dat niet iedere mogelijke Elfstedentocht werkelijk gereden zal worden:

$$E_w = \frac{0,74}{V} \cdot (p - p \cdot 0,60^V)$$

Hierin is V het verschil tussen de wintertemperatuur aan het einde van de 21e eeuw en de gemiddelde wintertemperatuur van de 20e eeuw in °C en p is het percentage werkelijk gereden tochten als een Elfstedentocht mogelijk is.

De organisatie van de Elfstedentocht probeert het percentage p door nog betere voorbereidingen te verhogen tot 65. Men verwacht dat V 3,6 °C zal zijn.

3p **11** Bereken dan het aantal te verwachten Elfstedentochten in de 21e eeuw.

Als we aannemen dat V inderdaad 3,6 °C zal zijn, dan is de formule van E_w te herschrijven tot de vorm:

$$E_w = a \cdot p$$

4p **12** Laat zien hoe je de formule van E_w kunt herschrijven tot deze vorm en bereken a .

Korfbal

Korfbal is een sport waarbij twee teams de bal in elkaars korf proberen te gooien. Een korfbalveld is verdeeld in twee vakken: een aanvalsvak en een verdedigingsvak. Het aanvalsvak van het ene team is het verdedigingsvak van het andere team en omgekeerd.



Een korfbalteam bestaat uit vier jongens en vier meisjes, die zo opgesteld zijn dat er altijd in elk vak twee jongens en twee meisjes spelen. Om uit een team van vier jongens en vier meisjes een opstelling te maken, hoef je slechts van elk geslacht twee leden aan te wijzen. Die komen in het aanvalsvak, de anderen staan dan automatisch in het verdedigingsvak.

4p 13 Bereken hoeveel verschillende opstellingen je kunt maken met één team.

Aan een wereldkampioenschap doen 16 landen mee. In de eerste ronde zijn de teams ingedeeld in vier poules van vier teams. In elke poule wordt een halve competitie afgewerkt. Dat wil zeggen dat elk land één keer tegen elk ander land speelt.

3p 14 Bereken het aantal wedstrijden dat in de eerste ronde wordt gespeeld.

De deelnemende landen zijn ingedeeld in twee categorieën, A en B. De teams in categorie A spelen voor de plaatsen 1 tot en met 8, de teams in categorie B spelen voor de plaatsen 9 tot en met 16. Vóór het begin van het wereldkampioenschap in 2003 was het mogelijk om te gokken op het eindklassement. Daarvoor was onderstaand formulier ontworpen.

Wereldkampioenschap Korfbal 2003 – voorspelling eindklassement					
categorie A	1e plaats		categorie B	9e plaats	
	2e plaats			10e plaats	
	3e plaats			11e plaats	
	4e plaats			12e plaats	
	5e plaats			13e plaats	
	6e plaats			14e plaats	
	7e plaats			15e plaats	
	8e plaats			16e plaats	

Jack weet niets van korfbal, maar hij gokt erop dat Nederland en België de nummers één en twee zullen worden (of andersom). Al jarenlang wordt namelijk een van deze twee landen wereldkampioen. Verder weet hij welke landen in categorie A en welke in categorie B zijn ingedeeld. Met deze informatie vult hij het formulier in.

5p 15 Bereken op hoeveel verschillende manieren hij het formulier kan invullen.

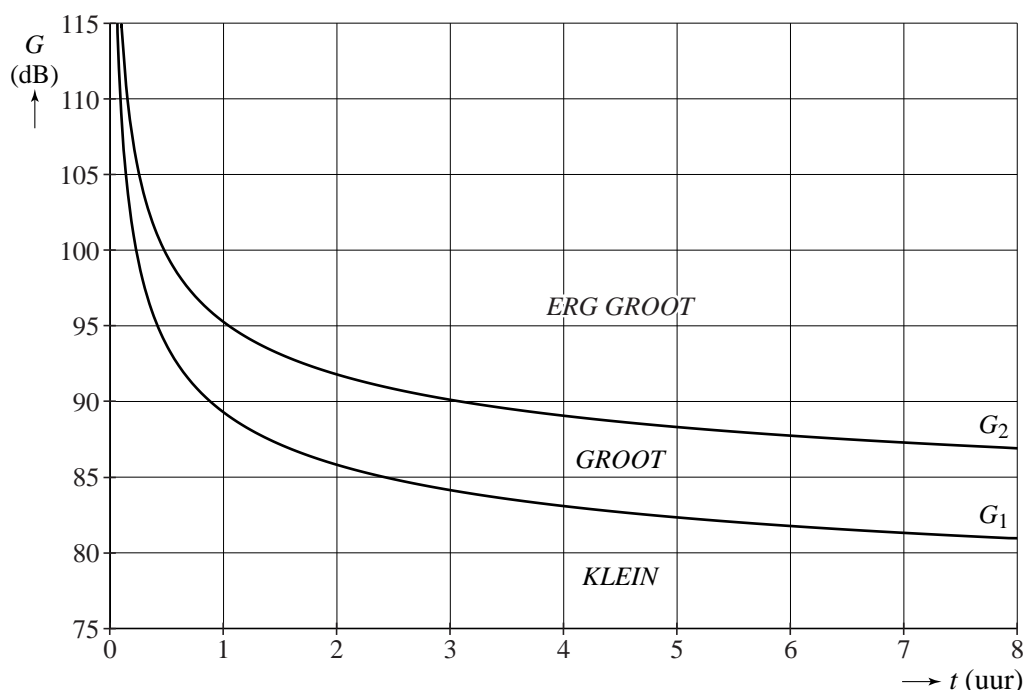
Gehoorschade

Het aantal mensen dat het risico loopt op gehoorschade door het luisteren naar harde muziek is de laatste jaren flink gestegen. Uit onderzoek van het Erasmus Medisch Centrum blijkt dat bijna een derde van de jongeren van 12 tot 16 jaar structureel naar te harde muziek luistert. De mp3-speler is een van de boosdoeners: het geluidsniveau wordt vaak zo hoog ingesteld dat de luisteraar blijvende gehoorschade riskeert.

De mp3-spelers van tegenwoordig kunnen geluidsniveaus bereiken tot ongeveer 110 decibel (dB). In de figuur is te zien dat bij een geluidsniveau van 100 dB de kans op blijvende gehoorschade na ongeveer een kwartier luisteren al groot is en na ongeveer een half uur luisteren zelfs erg groot.

figuur

KANS OP BLIJVENDE GEHOORSCHADE



De krommen G_1 en G_2 geven de grenzen aan tussen een kleine, een grote en een erg grote kans op blijvende gehoorschade.

Hierbij zijn de volgende formules opgesteld:

$$G_1 = \frac{16,3}{t^{0,35}} + 73 \text{ en } G_2 = G_1 + c$$

Hierin zijn G_1 en G_2 het geluidsniveau in dB en is t het aantal uren dat iemand blootstaat aan dit geluidsniveau. Je ziet dat G_2 bepaald wordt door bij G_1 een constant getal c op te tellen.

Johan luistert naar muziek op zijn mp3-speler bij een geluidsniveau van 100 dB. Hierdoor is voor Johan de kans op blijvende gehoorschade al na korte tijd groot.

4p **16** Bereken met de formule na hoeveel minuten luisteren de kans op blijvende gehoorschade voor hem al *GROOT* is.

- 3p **17** Bepaal met behulp van de figuur de waarde van c in de formule van G_2 . Licht je werkwijze toe.

In plaats van met het geluidsniveau rekent men in onderzoeken vaak met de **intensiteit** van het geluid. Zodra je het volume van een mp3-speler lager zet, neemt de intensiteit van het geluid sterk af. Als vuistregel geldt:

Telkens als het geluidsniveau 3 dB lager wordt ingesteld, wordt de intensiteit van het geluid de helft minder.

Johan verlaagt het geluidsniveau van zijn mp3-speler met 15 dB.

- 4p **18** Bereken met behulp van de vuistregel met hoeveel procent de intensiteit van het geluid afneemt.

Er bestaat een formule waarin de intensiteit van het geluid I (in $\mu\text{W}/\text{m}^2$) wordt uitgedrukt in het geluidsniveau G (in dB):

$$I = 31,6 \cdot 1,259^{(G-75)}$$

Mirjam heeft het geluidsniveau van haar mp3-speler meestal op 75 dB staan. Als ze echter haar favoriete nummers beluistert, zet ze het geluidsniveau zoveel hoger, dat de intensiteit van het geluid 100 keer zo groot wordt.

- 4p **19** Bereken op welk geluidsniveau ze haar mp3-speler zet bij haar favoriete nummers.

Let op: de laatste vraag van dit examen staat op de volgende pagina.

Mobiel bellen

Na lang aandringen van de kinderen en kleinkinderen heeft oma eindelijk besloten een mobiele telefoon aan te schaffen. Ze heeft gekozen voor een speciale seniortelefoon, met grote toetsen en een heel simpel menu. Sms'en vindt oma niet nodig. Ze gaat haar mobiele telefoon alleen voor bellen gebruiken. Ze vergelijkt twee aanbiedingen:

- 1 Prepaid: je betaalt alleen gesprekskosten, deze zijn 15 cent per belminuut.
- 2 Abonnement: je betaalt 9,95 euro per maand voor 75 gratis belminuten. Bel je méér dan kost dit 23 cent per extra belminuut.



Het is duidelijk dat prepaid goedkoper is als oma heel weinig belt. Maar ook als ze heel veel belt, is prepaid goedkoper wegens de lagere gesprekskosten per belminuut.

7p **20** Onderzoek bij welke aantallen belminuten per maand prepaid goedkoper is.

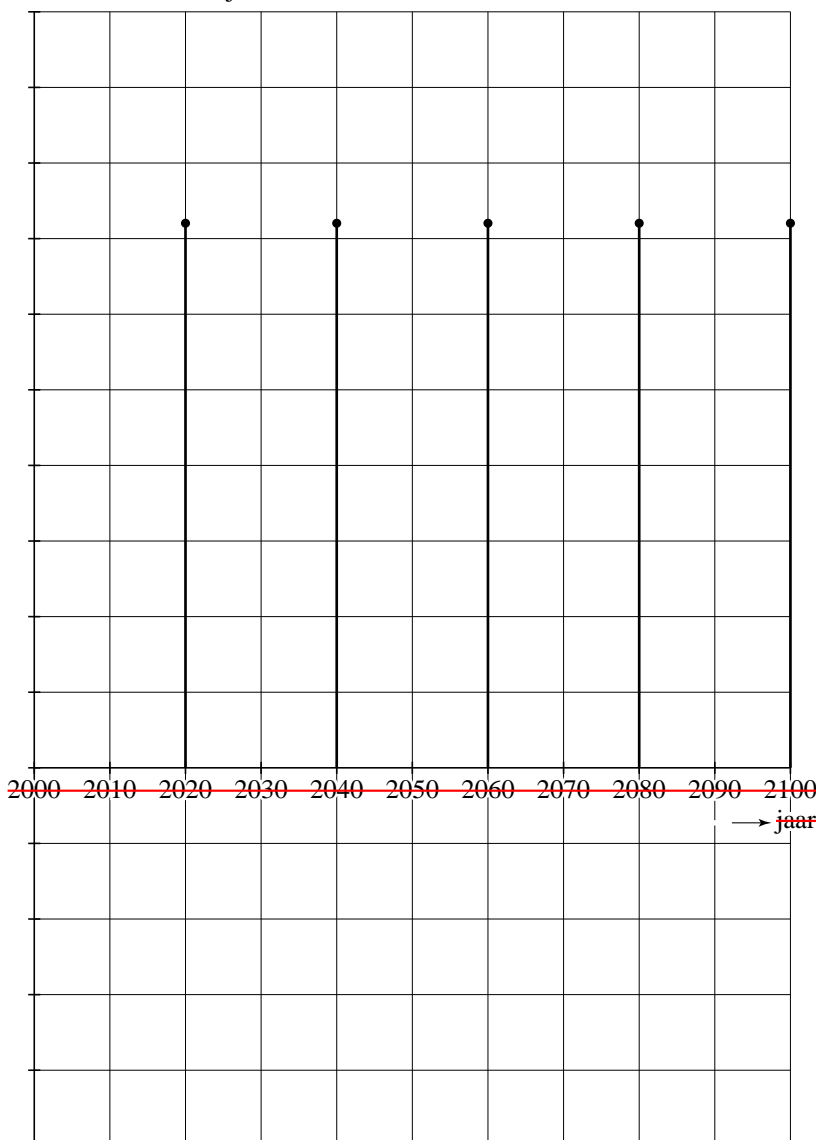
uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

9

~~Toename W in 20 jaar~~



VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN

Examen HAVO 2012

tijdvak 1
woensdag 23 mei
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A (pilot)

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 23 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 82 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

In de film *Supersize Me* besluit de hoofdpersoon, Morgan Spurlock, dertig dagen lang uitsluitend fastfood te eten. Op deze manier krijgt hij elke dag 5000 kcal aan energie binnen.

Eerst wordt Morgan, die aan het begin van het experiment 85 kg weegt, nog misselijk van het eten. In het vervolg van de film went Morgan aan het type voedsel en ten slotte gaat hij het zelfs lekker vinden.



Diëtisten kunnen de gewichtstoename voorspellen met een rekenmodel. Voor actieve volwassen mannen, zoals Morgan, is er een formule om de energiebehoefte te bepalen om 'op gewicht' te blijven:

$$E_b = 33,6 \cdot G$$

Hierin is E_b de dagelijkse energiebehoefte in kilocalorieën (kcal) en G het gewicht in kg.

Veronderstel dat Morgan een dagelijkse energiebehoefte zou hebben van 5000 kcal om op gewicht te blijven. Dan zou hij volgens bovenstaande formule veel meer wegen dan de 85 kg die Morgan aan het begin van het experiment woog.

- 3p 1 Bereken hoeveel kg hij dan meer zou wegen.

In het rekenmodel wordt verder gebruik gemaakt van het gegeven dat elke 7800 kcal te veel een gewichtstoename van 1 kg veroorzaakt.

- 4p 2 Bereken met behulp van bovenstaande gegevens hoeveel gram Morgan al na één dag zwaarder wordt volgens het rekenmodel.

De gewichtstoename T van Morgan op een bepaalde dag hangt af van zijn energiebehoefte E_b op die dag. Er geldt:

$$T = 0,000128 \cdot (5000 - E_b)$$

Hierin is T de gewichtstoename in kg per dag.

Wanneer deze formule gecombineerd wordt met de formule $E_b = 33,6 \cdot G$, ontstaat een formule van T uitgedrukt in G .

Deze nieuwe formule is te herleiden tot de vorm $T = a \cdot G + b$.

- 4p 3 Bereken a en b .

Het rekenmodel kan ook gebruikt worden om een gewichtsafname (een negatieve gewichtstoename) te voorspellen. Het model kan dan dienen als basis voor een dieetadvies om af te vallen.

Een man met een gewicht van 91 kg krijgt van een diëtiste het advies om af te vallen tot een gewicht van 75 kg. Ze adviseert hem om iedere dag slechts 2520 kcal aan energie te consumeren.

De diëtiste geeft hem een tabel mee die gebaseerd is op het rekenmodel. Zie de tabel. In de tabel is t de tijd in maanden vanaf het moment dat de man dagelijks 2520 kcal aan energie consumeert, G het gewicht van de man in kg en A het aantal kg dat hij nog moet afvallen.

tabel

t	0	1	2	3	4	5	6
G	91,0	89,1	87,4	85,9	84,6	83,4	82,4
A	16,0	14,1	12,4	10,9	9,6	8,4	7,4

In de tabel is bijvoorbeeld af te lezen dat de man, wanneer hij zich aan het dieetadvies houdt, na drie maanden een gewicht G heeft van 85,9 kg. Dat is 10,9 kg boven het gewenste gewicht van 75 kg, dus het aantal nog af te vallen kg A is 10,9.

Uit de tabel blijkt dat A bij benadering exponentieel afneemt. Hierbij hoort de formule:

$$A = 16 \cdot 0,88^t \text{ (met } t \text{ in maanden)}$$

De man houdt zich nauwgezet aan het dieetadvies.

- 3p **4** Bereken het gewicht van de man na acht maanden.
- 4p **5** Bereken na hoeveel maanden de man 12 kg is afgevallen.

~~Knock-out~~

~~Bij tennistoernooien wordt vaak voor het knock-outsysteem gekozen: wie een wedstrijd verliest, is uitgeschakeld en doet niet meer mee. De wedstrijden worden in verschillende rondes gespeeld. In de eerste ronde spelen alle spelers een wedstrijd. De winnaars gaan door naar de volgende ronde. Men speelt zoveel rondes als nodig is om uiteindelijk één winnaar te krijgen: de kampioen.~~



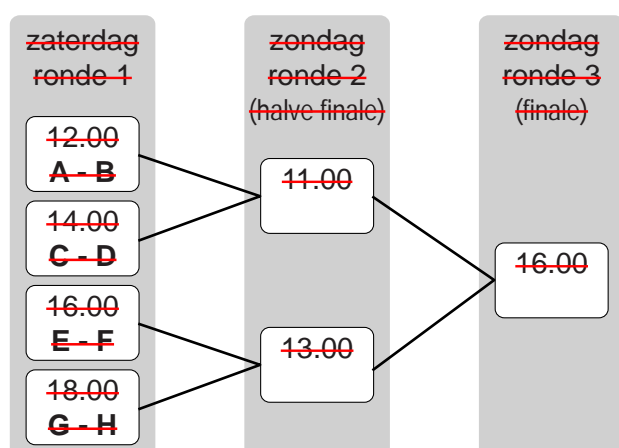
Venus Williams

~~Aan het Wimbledontoernooi in Londen doen in het enkelspel 128 heren en 128 dames mee. De heren spelen tegen elkaar volgens het knock-outsysteem en de dames doen hetzelfde. In 2010 werd Venus Williams bij de dames net geen kampioen. Zij verloor in de laatste ronde, de finale, van haar zus Serena Williams.~~

- ~~3p 6 Bereken hoeveel wedstrijden in het dames enkelspel Venus Williams tijdens het hele toernooi gespeeld heeft.~~
- ~~3p 7 Bereken hoeveel wedstrijden er tijdens een Wimbledontoernooi in totaal in het heren en dames enkelspel gespeeld worden.~~

~~Bij een klein tennistoernooi in Zwolle doen acht spelers mee. Ze zijn aangegeven met de letters A tot en met H. In de figuur is een mogelijke invulling gegeven van het wedstrijdschema aan het begin van het toernooi. In dit schema wordt de eerste wedstrijd door de spelers A en B gespeeld. Er zijn echter heel veel manieren om ronde 1 van het schema in te vullen. Ga ervan uit dat de wedstrijden A – B en B – A in het schema niet verschillend zijn.~~

~~figuur~~



- ~~4p 8 Bereken op hoeveel verschillende manieren ronde 1 van het schema ingevuld kan worden.~~

~~In de figuur zijn de wedstrijden van ronde 1 ingevuld. In de figuur is te zien dat de winnaars van de eerste twee wedstrijden in de halve finale tegen elkaar spelen. De twee overige winnaars van ronde 1 spelen de tweede halvefinalewedstrijd tegen elkaar.~~

~~3p 9 Bereken hoeveel verschillende wedstrijden er zo in ronde 2 kunnen ontstaan.~~

~~Een belangrijk probleem bij het knock-outsysteem is de plaatsing van de spelers. Als Venus in de eerste ronde van het Wimbledontoernooi al tegen Serena had moeten spelen, zou een van beiden direct zijn uitgeschakeld en nooit de finale bereikt hebben. Daarom wordt bij het vaststellen van het wedstrijdschema rekening gehouden met de sterkte van de spelers.~~

~~Op grond van eerdere resultaten wordt bij het toernooi in Zwolle verondersteld dat speler A de sterkste speler is, gevolgd door speler B. Daarna volgen de spelers C en D. De spelers E, F, G en H zijn de zwakkere spelers.~~

~~Neem in het vervolg aan dat een sterkere speler altijd wint van een zwakkere speler. Als het wedstrijdschema in de figuur gehanteerd wordt, heeft speler B pech: hij wordt al in ronde 1 uitgeschakeld, terwijl hij de op één na beste speler is. Op basis van de sterkte van de spelers kan een beter wedstrijdschema gemaakt worden.~~

~~4p 10 Vul het wedstrijdschema op de uitwerkbijlage volledig in, zodat spelers A en B de finale spelen en spelers C en D de halve finale halen. Licht je werkwijze toe.~~

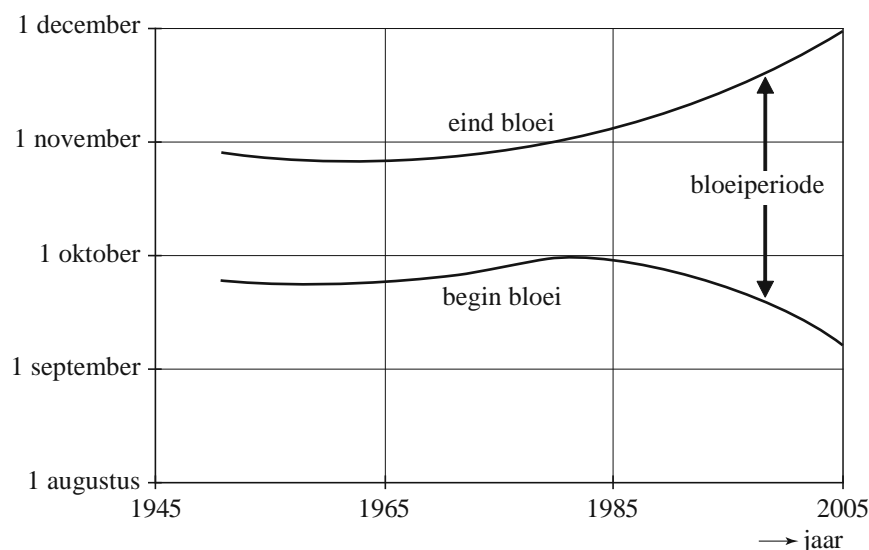
Bloeiperiode

In Zuid-Engeland onderzoekt men sinds 1950 de lengte van de bloeiperiode van paddenstoelen.

Na vele duizenden waarnemingen bij 315 verschillende paddenstoelsoorten hebben Britse onderzoekers geconcludeerd dat er sinds 1980 een duidelijke verandering van de gemiddelde lengte van de bloeiperiode zichtbaar is.

Zie figuur 1.

figuur 1 Bloeiperiode paddenstoelen



Van 1950 tot 1980 bleef de lengte van de bloeiperiode ongeveer gelijk. Daarna is deze in de periode van 1980 tot 2005 toegenomen van 30 tot 83 dagen. In deze opgave nemen we aan dat de lengte van de bloeiperiode sinds 1980 exponentieel toeneemt.

- 4p 11 Bereken met de gegevens van 1980 en 2005 het jaarlijkse groeipercentage vanaf 1980 in twee decimalen nauwkeurig.

Vanaf 1980 is de lengte van de bloeiperiode bij benadering te beschrijven met de formule:

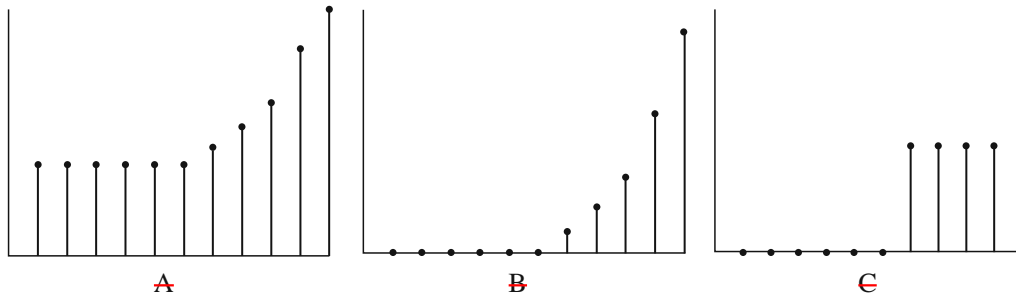
$$B = 30 \cdot 1,042^t$$

Hierin is B de lengte van de bloeiperiode in dagen en t de tijd in jaren vanaf 1980.

- 3p 12 De lengte van de bloeiperiode is van 1980 tot 2005 ruimschoots verdubbeld. Bereken in hoeveel jaar de bloeiperiode twee keer zo lang wordt.

~~Bij de lengte van de bloeiperiode, zoals die aangegeven is in figuur 1, kun je een toenamediagram tekenen. In figuur 2 staan drie toenamediagrammen, waarvan er één goed past bij de bloeiperiode tussen 1950 en 2005.~~

~~figuur 2~~

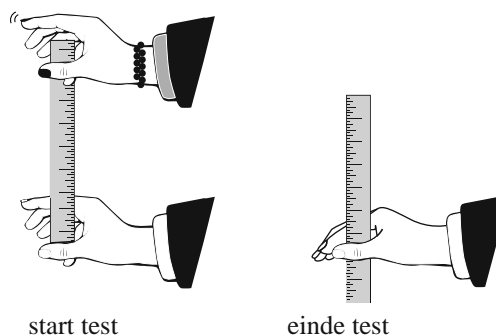


3p **13** ~~Geef met een toelichting aan welk toenamediagram het juiste is.~~

Reactiesnelheid

Het themanummer van het blad Psychologie Magazine was in 2008 geheel gewijd aan De Man. Het nummer bevatte verschillende testjes waarmee je kon bepalen hoe mannelijk of vrouwelijk je bent. Een van de testjes ging over reactiesnelheid, een punt waarop mannen en vrouwen nogal verschillen.

figuur 1



tabel 1

gemiddelde vangafstand (cm)	reactietijd (milliseconden)	gemiddelde vangafstand (cm)	reactietijd (milliseconden)
0	0	16	181
2	64	18	192
4	90	20	202
6	111	22	212
8	128	24	221
10	143	26	230
12	156	28	239
14	169	30	247

Voor deze test zijn twee personen nodig en één liniaal.

Persoon 1 houdt de liniaal bovenaan vast en persoon 2 houdt duim en wijsvinger rond het 0-streepje (niet vastpakken). Persoon 1 laat de liniaal los en persoon 2 pakt de liniaal zo snel mogelijk met duim en wijsvinger. Zie figuur 1.

Het afgelezen aantal cm op de liniaal wordt de vangafstand genoemd. Na vijf pogingen wordt de **gemiddelde vangafstand** berekend. In tabel 1 is deze gemiddelde vangafstand omgerekend naar **reactietijd**.

De 18-jarige Henry doet de test en haalt de volgende resultaten: 16,2 cm, 17,2 cm, 16,1 cm, 16,7 cm en 16,8 cm. Hij berekent zijn gemiddelde vangafstand en bepaalt daarna met behulp van lineair interpoleren in tabel 1 zijn reactietijd.

- 4p **14** Laat zien dat Henry zo op een reactietijd van ongeveer 184 milliseconden uitkomt.

Tabel 1 is gemaakt met de formule $R = 100 \cdot \sqrt{\frac{A}{4,9}}$.

Hierin is R de reactietijd in milliseconden en A de gemiddelde vangafstand in cm.

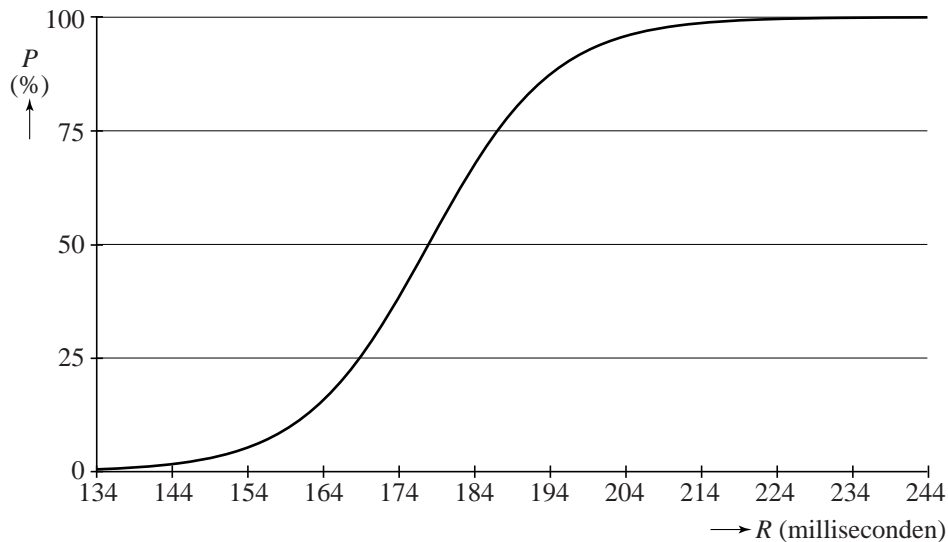
Deze formule is te herleiden tot de vorm $A = c \cdot R^2$.

- 3p **15** Bereken c met behulp van deze herleiding.

In het vervolg van deze opgave gebruiken we de formule voor R in plaats van tabel 1.

Bij een Amerikaans onderzoek is de reactietijd van mannen tussen 15 en 30 jaar gemeten zoals hiervoor beschreven. De resultaten zijn weergegeven in figuur 2.

figuur 2



Bij deze grafiek hoort de formule
$$P = \frac{100}{1 + 2 \cdot 10^9 \cdot 0,8866^R}.$$

Hierin is R de reactietijd in milliseconden en P het percentage mannen met een reactietijd minder dan R . Een persoon die erg snel reageert, heeft dus een korte reactietijd.

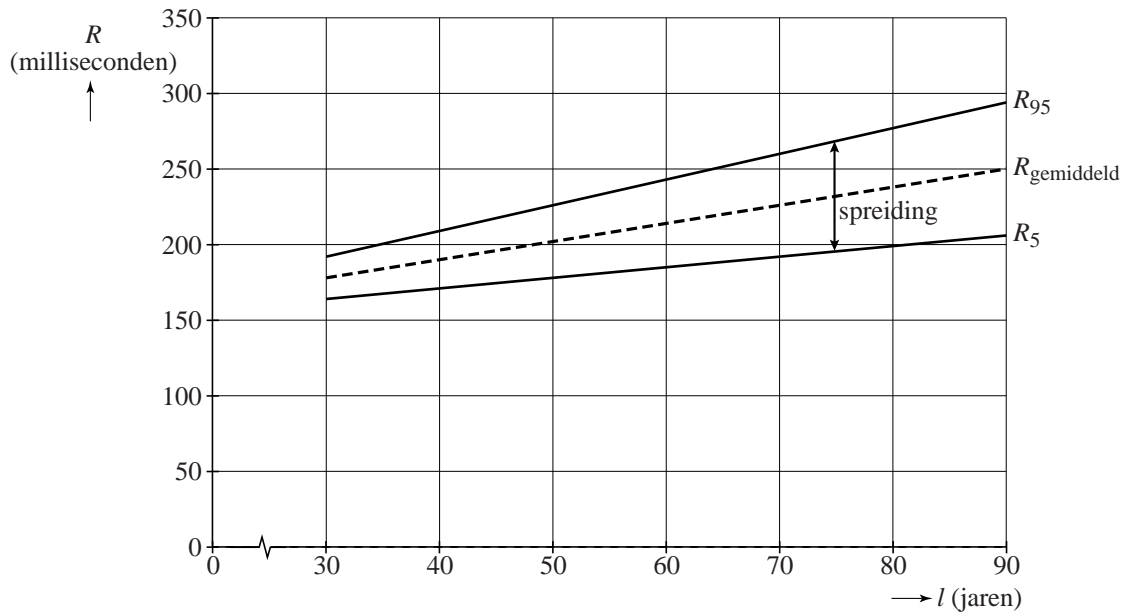
Henry ziet dat volgens dit onderzoek er gelukkig een aantal mannen langzamer reageert dan hij.

- 3p **16** Bereken met behulp van de formule hoeveel procent van de mannen langzamer is dan Henry met zijn reactietijd van 184 milliseconden. Rond je antwoord af op één decimaal.
- 4p **17** Bereken met de formules wat de gemiddelde vangafstand A maximaal mag zijn om tot de 5% snelste mannen te behoren.

Vanaf de leeftijd van 30 jaar neemt de reactietijd toe. In sommige situaties kan dat tot problemen leiden. Om bijvoorbeeld veilig te kunnen deelnemen aan het verkeer moet je niet al te langzaam reageren.

In figuur 3 is voor iedere leeftijd vanaf 30 jaar de grafiek van de gemiddelde reactietijd $R_{\text{gemiddeld}}$ van mannen getekend, evenals de grafieken van R_5 en R_{95} . Deze laatste twee grafieken geven grenzen aan: de 5% snelste mannen heeft een reactietijd minder dan R_5 en 5% van de mannen heeft een reactietijd meer dan R_{95} . Je ziet dat niet alleen de gemiddelde reactietijd toeneemt, ook de spreiding in de reactietijden neemt toe.

figuur 3



De volgende formules gelden:

$$R_{\text{gemiddeld}} = 178 + 1,2 \cdot (l - 30)$$

$$R_5 = R_{\text{gemiddeld}} - 14 - 0,5 \cdot (l - 30)$$

$$R_{95} = R_{\text{gemiddeld}} + 14 + 0,5 \cdot (l - 30)$$

Hierin is l de leeftijd in jaren.

De formule voor R_{95} kan worden herschreven tot $R_{95} = 1,7 \cdot l + 141$.

4p **18** Toon dit aan.

Hoe hoger de leeftijd, hoe groter de spreiding in reactietijd van de 90% mannen in het middengebied. Iemand zegt: "Voor elk jaar dat deze groep mannen ouder wordt, wordt de spreiding in reactietijd 1 milliseconde groter."

3p **19** Toon aan de hand van bovenstaande formules aan dat deze persoon gelijk heeft.

Vogeltrek

Vogels die jaarlijks op een andere plaats overwinteren en na de winter terugkeren naar hun broedgebied, worden trekvogels genoemd.

Onderzoekers houden jaarlijks de terugkeerdatum van diverse soorten trekvogels bij. Deze terugkeerdatum is sinds 1980 bij vrijwel alle trekvogelsoorten steeds vroeger geworden.

Uit Engels onderzoek blijkt bijvoorbeeld dat vanaf 1980 de terugkeerdatum van de gierzwaluw per 10 jaar 3 dagen vroeger wordt.

In 1980 keerde de gierzwaluw op 2 mei terug.



gierzwaluw

- 3p **20** Bereken op welke datum de gierzwaluw in 2020 zal terugkeren als deze trend zich voortzet.

Om voorspellingen voor de toekomst te kunnen doen, wordt een model opgesteld dat deze trend beschrijft. In dit model houden we geen rekening met schrikkeljaren. De dagen van het jaar worden genummerd: 1 januari krijgt dagnummer 1 en 31 december dus dagnummer 365.

Het dagnummer waarop de gierzwaluw in het model terugkeert, noemen we A . Bij de datum 2 mei hoort dagnummer $A = 122$. Zoals eerder vermeld, wordt de terugkeerdatum van de gierzwaluw per 10 jaar 3 dagen vroeger.

We noemen de tijd in jaren t , met $t = 0$ in 1980.

Er kan een lineaire formule worden opgesteld waarin A wordt uitgedrukt in t .

- 3p **21** Stel deze formule op.

In Engeland wordt de gierzwaluw ook wel de honderddagenvogel genoemd, omdat hij gemiddeld 100 dagen in het land verblijft voordat hij weer naar zijn wintergebied vertrekt. Uit hetzelfde onderzoek blijkt dat deze vertrekdatum sinds 1980 ook verandert. Deze wordt elke 10 jaar ongeveer 0,6 dag vroeger. Samen met het vroeger worden van de terugkeerdatum leidt dit ertoe dat de verblijfsduur langer wordt.

Ga ervan uit dat in 1980 de verblijfsduur 100 dagen is.

- 4p **22** Bereken in welk jaar de gierzwaluw dan voor het eerst meer dan 115 dagen in Engeland verblijft als de genoemde trends zich voortzetten.

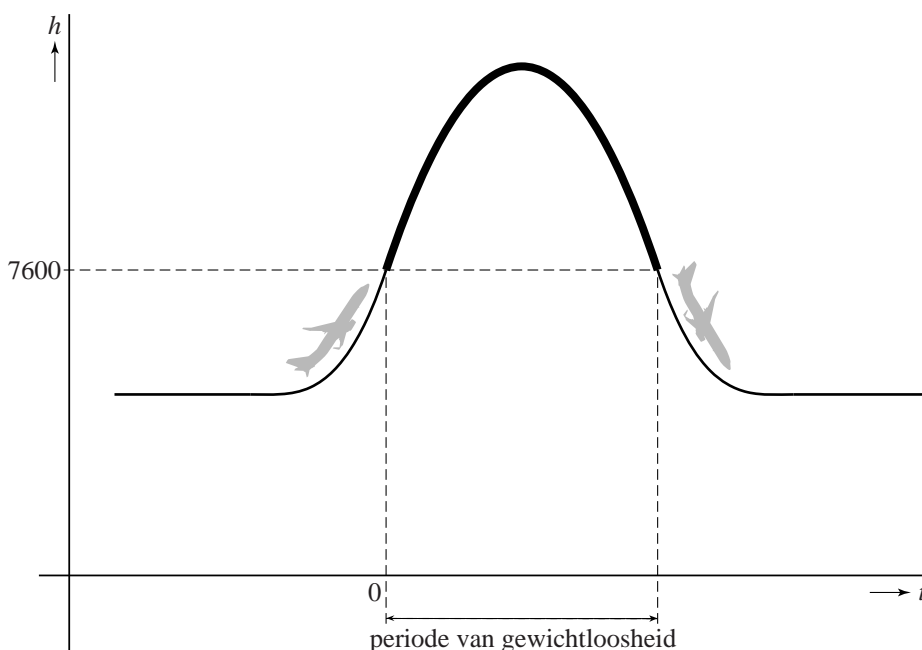
Let op: de laatste vraag van dit examen staat op de volgende pagina.

Gewichtloosheid ervaren

Op aarde kun je gewichtloosheid ervaren tijdens zogenaamde paraboolvluchten met een vliegtuig. Deze vluchten worden onder andere gebruikt om astronauten te trainen.

Een dergelijke paraboolvlucht verloopt als volgt. Eerst versnelt de piloot het vliegtuig, waarna hij het steil omhoog stuurt. Op een hoogte van 7600 meter schakelt hij de motoren zo ver terug dat alleen nog maar de luchtweerstand wordt overwonnen. Op dat moment begint de werkelijke paraboolvlucht en de toestand van gewichtloosheid. Zie de figuur.

figuur



Het vliegtuig gaat, vanwege de hoge snelheid, eerst nog omhoog. Als de top van de paraboolbaan is bereikt, duikt het vliegtuig omlaag totdat het weer op dezelfde hoogte is als aan het begin van de paraboolvlucht. Op dat moment schakelt de piloot de motoren weer op vol vermogen en is de toestand van gewichtloosheid voorbij.

De hoogte van het vliegtuig tijdens de paraboolvlucht wordt gegeven door de formule:

$$h = -9,81 \cdot t^2 + 0,38 \cdot v \cdot t + 7600$$

Hierin is h de hoogte in meter, t de tijd in seconden en v de snelheid van het vliegtuig in km/uur bij de start van de paraboolvlucht, dat is bij $t = 0$.

Om zinvol te kunnen trainen is het belangrijk dat de toestand van gewichtloosheid minimaal 20 seconden achtereen duurt.

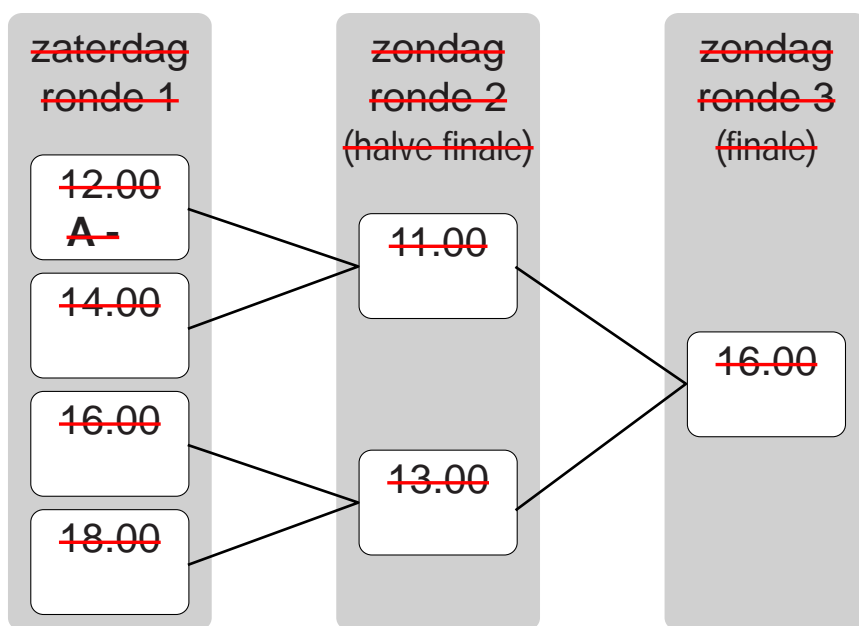
- 6p **23** Onderzoek bij welke snelheden v van het vliegtuig de toestand van gewichtloosheid minimaal 20 seconden duurt.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

40



VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN

Examen HAVO 2012

tijdvak 2
woensdag 20 juni
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A (pilot)

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 19 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 78 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Benzineverbruik

John wil een nieuwe auto kopen. Hij vergelijkt bij een consumentenorganisatie verschillende auto's waar hij interesse in heeft en kiest een auto uit. De consumentenorganisatie heeft een ecotest uitgevoerd. In een ecotest worden onder andere het verbruik en de CO₂-uitstoot van een auto gemeten. Omdat de ecotest onder andere omstandigheden wordt uitgevoerd dan de test van de fabrikant, wijken de gevonden getallen meestal af.

Een deel van de gegevens van de test van de fabrikant en van de ecotest staat in de tabel.

tabel

testgegevens	test van de fabrikant	uitkomst van ecotest
verbruik (liter per 100 km)	4,3	5,0
CO ₂ -uitstoot (gram per km)	134	155

John is erg geïnteresseerd in het verbruik van de auto, want hij rijdt gemiddeld 25 000 kilometer per jaar.

- 3p 1 Hoeveel liter benzine moet John per jaar volgens de ecotest meer of minder tanken dan volgens de fabrikant?

In de tabel wordt gesproken over verbruik in liter per 100 kilometer. De fabrikant meet het verbruik volgens een standaardmethode, zodat je auto's met elkaar kunt vergelijken. Maar het benzineverbruik is van verschillende factoren afhankelijk. Een van die factoren is de buitentemperatuur. Zie de figuur op de volgende pagina. Deze figuur is ook op de uitwerkbijlage afgedrukt.

In de figuur is voor een aantal verschillende buitentemperaturen de **literafstand** L in km uitgezet tegen de snelheid v in km per uur. De literafstand is het aantal kilometer dat met 1 liter benzine gereden kan worden. Hoe groter de literafstand is, des te lager is het verbruik. In de figuur kun je bijvoorbeeld aflezen dat bij een temperatuur van 0 °C en een snelheid van 100 km per uur de literafstand L ongeveer 19,0 km is en bij 25 °C en dezelfde snelheid ongeveer 22,3 km.

Het verband tussen de snelheid v en de literafstand L is vanaf een snelheid van 120 km per uur bij benadering lineair. De drie formules die horen bij de verschillende buitentemperaturen hebben dus de vorm $L = a \cdot v + b$.

- 4p 2 Stel de formule op van de literafstand bij een buitentemperatuur van 0 °C bij snelheden vanaf 120 km per uur.

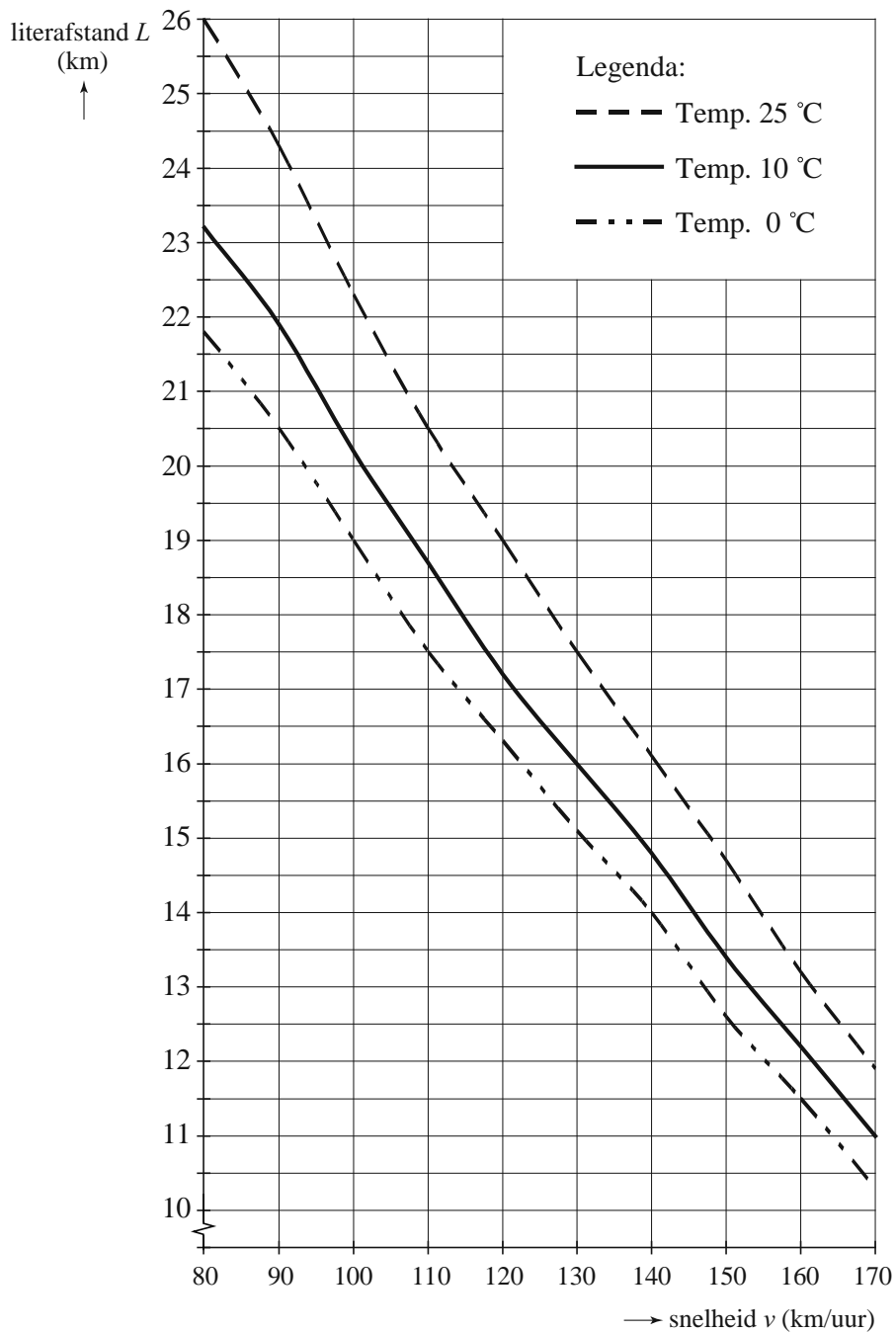
John maakt een rit van 75 km bij een buitentemperatuur van 10 °C. Hij rijdt met constante snelheid en verbruikt hierbij 4,4 liter benzine.

Hij wil onderzoeken hoeveel km hij meer kan rijden met dezelfde hoeveelheid benzine en met dezelfde constante snelheid als de buitentemperatuur 25 °C is. Hierbij gebruikt hij de figuur.

- 5p 3 Bereken hoeveel km John dan meer kan afleggen. Je kunt hierbij gebruikmaken van de figuur op de uitwerkbijlage.

figuur

Verband tussen literafstand en snelheid
bij verschillende buitentemperaturen



In de figuur kun je zien dat bij een snelheid van 90 km per uur en een temperatuur van 10 °C de literafstand 21,9 km is, en dat deze bij 25 °C 24,3 km is. Met behulp van lineair interpoleren kun je nu de literafstand berekenen bij deze snelheid en een temperatuur van 13 °C.

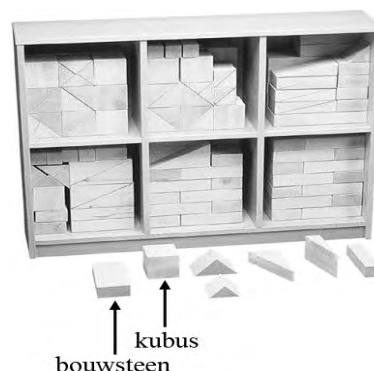
3p 4 Bereken deze literafstand L .

Haagse blokkenset

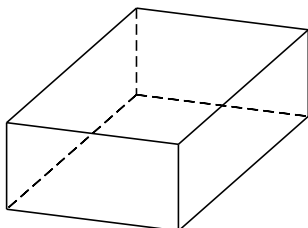
Bij diverse speelgoedwinkels kun je een Haagse blokkenset kopen. Deze blokkenset bestaat uit verschillende soorten blokken. We kijken in deze opgave naar twee soorten blokken (zie foto):

- **bouwstenen:** balkvormige blokken met ongelijke afmetingen (zie figuur 1);
- **kubussen:** blokken met gelijke afmetingen.

foto



figuur 1



Men gaat de blokken verven, te beginnen met de bouwstenen. Een bouwsteen wordt zo neergelegd dat de grootste vlakken het onder- en bovenvlak zijn en de kleinste vlakken het voor- en achtervlak zijn.

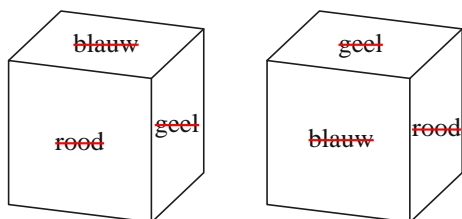
Voor elke bouwsteen worden drie verschillende kleuren gebruikt: één kleur om het boven- en ondervlak te verven, één kleur voor het voor- en achtervlak en één kleur voor het linker- en het rechterzijvlak.

Als de kleuren rood, blauw, geel, oranje en zwart beschikbaar zijn, kan een bouwsteen op verschillende manieren worden geverfd.

- 3p **5** Bereken op hoeveel verschillende manieren een bouwsteen met deze kleuren kan worden geverfd.

Daarna worden de kubussen geverfd. Ook in dit geval geeft men de tegenover elkaar liggende grensvlakken dezelfde kleur. Dan zijn er niet zo veel echt verschillende kubussen te maken. Zie bijvoorbeeld figuur 2: de tweede kubus kan zo gedraaid worden, dat hij gelijk is aan de eerste kubus. We noemen twee kubussen verschillend als ze niet zo gedraaid kunnen worden dat ze gelijk zijn.

figuur 2



Als tegenover elkaar liggende grensvlakken dezelfde kleur krijgen en de drie kleuren gekozen zijn, is er slechts één mogelijkheid om de kubus te verven. Voor de kubussen zijn de kleuren rood, blauw, geel, oranje, zwart en wit beschikbaar.

- 3p **6** Bereken hoeveel verschillende kubussen op deze manier in totaal gemaakt kunnen worden.

~~Men had er ook voor kunnen kiezen om alle zes grensvlakken van de kubus een verschillende kleur te geven. Er zijn immers zes kleuren beschikbaar. Om te tellen hoeveel echt verschillende kubussen met zes kleuren gemaakt kunnen worden, is er de volgende methode om de kubus te verven.~~

~~Om te beginnen wordt het voorvlak rood geverfd. Vervolgens wordt er een vlak blauw geverfd. Hiervoor zijn twee mogelijkheden:~~

~~1 Het bovenvlak wordt blauw geverfd. Er zijn nu nog vier kleuren voor de overige vier vlakken.~~

~~of~~

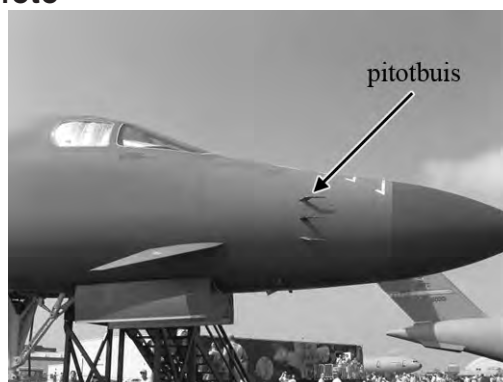
~~2 Het vlak dat niet aan het rode vlak grenst, het achtervlak, wordt blauw geverfd. Daarna wordt het bovenvlak geel geverfd en zijn er nog drie kleuren voor de overige drie vlakken.~~

4p **7** ~~Bereken hoeveel verschillende kubussen er in totaal te maken zijn met zes kleuren.~~

Pitotbuis

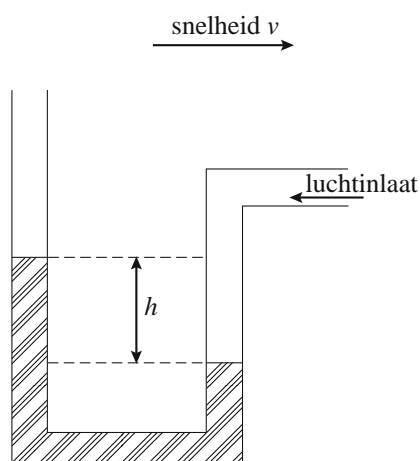
Voor de piloot van een vliegtuig is de 'air speed' heel belangrijk. Dit is de snelheid van het vliegtuig ten opzichte van de omringende lucht. Deze snelheid wordt gemeten met pitotbuizen: kleine buisvormige uitsteeksels aan de romp of vleugel van een vliegtuig. Zie de foto.

foto



Een eenvoudige versie van een pitotbuis is een gebogen buis met een vloeistof erin, zie de figuur. De werking is als volgt. Het vliegtuig vliegt naar rechts, zodat aan de rechterkant lucht de buis instroomt en daar de vloeistof wegdrukt, zie de figuur. De vloeistof in de linkerbuis komt dan hoger te staan. De hoogte van de vloeistof in de linkerbuis ten opzichte van de rechterbuis kan worden gemeten. Een hogere snelheid geeft een grotere hoogte.

figuur



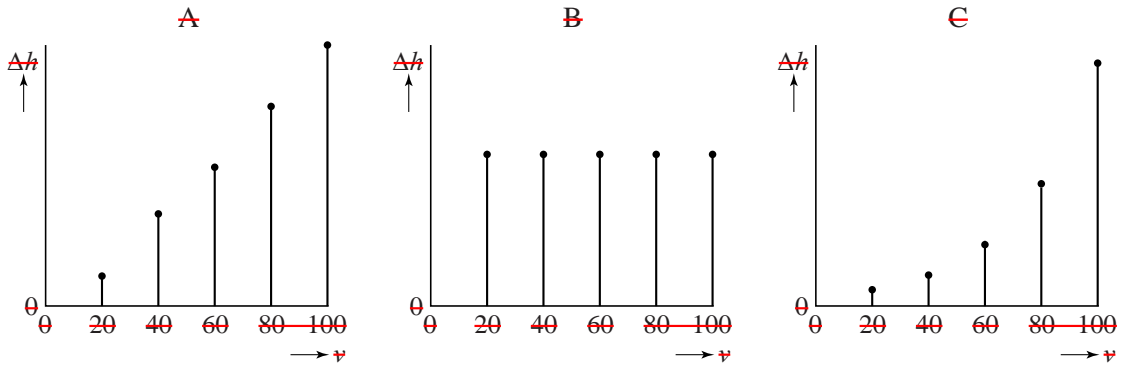
Je kunt met zo'n buis ook de snelheid van je auto bepalen op een windstille dag. Het enige wat je daarvoor nodig hebt, is een met water gevulde doorzichtige plastic buis die je tot een pitotbuis vormt. Het uiteinde voor de luchtinlaat wordt buiten de auto in de rijrichting geplaatst.

Een natuurkundedocent heeft op deze manier de hoogte h in cm gemeten bij verschillende snelheden v in km per uur. De resultaten staan in de tabel.

tabel

snelheid v (in km/uur)	0	20	40	60	80	100
hoogte h (in cm)	0	0,2	0,8	1,7	3,0	4,7

~~Bij de tabel kan een toenamediagram getekend worden. Hieronder staan drie toenamediagrammen waarvan er slechts één juist is.~~



~~We gaan ervan uit dat het toenamediagram zich op dezelfde manier voortzet voor snelheden groter dan 100 km per uur.~~

- 5p **8** ~~Onderzoek welk toenamediagram het juiste is en bereken de hoogte h bij een snelheid van 120 km per uur.~~

De natuurkundedocent weet dat er een kwadratisch verband tussen h en v bestaat. Dit verband is van de volgende vorm

$$h = a \cdot v^2$$

Hierin is h de hoogte in cm en v de snelheid van de auto in km per uur.

- 3p **9** Bereken met behulp van de tabel de waarde van a .

Het verband tussen h en v is natuurlijk al langer bekend. Volgens natuurkundige wetten geldt in dit geval

$$v^2 = 2116 \cdot h$$

In de rest van deze opgave gaan we uit van dit verband.

De natuurkundedocent heeft nog een andere auto, daarvan is de snelheidsmeter onbetrouwbaar. Hij maakt met deze auto een rit waarbij hij met zijn pitotbuis een hoogte meet van 7,2 cm. Met dit gegeven en het natuurkundige verband kan hij zijn werkelijke snelheid berekenen.

De (onbetrouwbare) snelheidsmeter geeft een snelheid van 110 km per uur aan.

- 4p **10** Bereken hoeveel procent de snelheid op zijn snelheidsmeter afwijkt van de snelheid volgens het natuurkundige verband.

Hieronder staan vijf verbanden (a t/m e) tussen h en v .

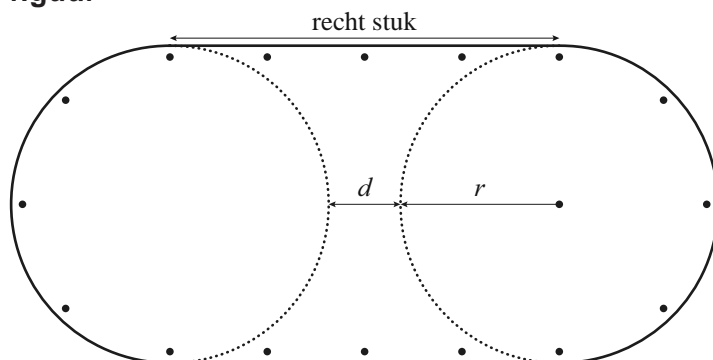
a $h = \frac{v^2}{2116}$	b $v = 2116 \cdot \sqrt{h}$	c $\frac{v^2}{h} = 2116$
d $h \cdot v^2 = 2116$	e $v = 46 \cdot \sqrt{h}$	

- 5p **11** Geef bij al deze verbanden aan of het verband $v^2 = 2116 \cdot h$ eruit kan worden afgeleid. Als dit mogelijk is, laat dan de afleiding zien.

Atletiekbaan

In een blad voor sporttrainers stond een artikel over een goede voorbereiding van hardlopers op indoorwedstrijden. Het ging er in het artikel vooral om hoe je het beste kunt wennen aan de scherpe bochten van zo'n indoorbaan. De schrijver gaf het advies om een atletiekbaantje op gras uit te zetten met behulp van kegels, zoals in de figuur is aangegeven. Op deze manier wordt een baan gemaakt die bestaat uit twee rechte stukken en twee bochten. De bochten zijn twee even grote halve cirkels.

figuur



De lengte L van zo'n atletiekbaan wordt bepaald door de straal r van de uitgezette cirkels en de afstand d tussen de cirkels met L , r en d in meter. De cirkels overlappen elkaar niet.

De totale lengte van de twee bochten samen noemen we het aantal meters bocht B .

In het artikel staan een paar tabellen. In tabel 1 is voor een afstand van precies 2 meter tussen de cirkels bij een bepaald aantal meters bocht B de bijbehorende baanlengte af te lezen.

tabel 1

Aantal meters bocht en baanlengte bij $d = 2$							
Aantal meters bocht B	75	100	125	150	175	200	...
Baanlengte L	126,7	167,7	208,6	249,5	290,4	331,3	400

Er is sprake van een **lineair** verband tussen het aantal meters bocht B en de baanlengte L .

- 3p 12 Bereken met behulp van lineair extrapoleren van de gegevens uit de tabel het aantal meters bocht bij een baanlengte van 400 meter.

In tabel 2 staat hoe groot de straal van de cirkel moet zijn om een bepaalde baanlengte te krijgen. Ook in deze tabel is de afstand tussen de beide cirkels precies 2 meter.

tabel 2

Baanlengte en straal bij $d = 2$							
Baanlengte L	150	175	200	225	250	300	400
Straal r	14,20	16,63	19,06	21,49	23,92	28,78	38,51

De verhouding tussen de totale lengte van de rechte stukken en de totale lengte van de bochten in de baan is erg belangrijk. Deze verhouding V is afhankelijk van de straal r van de cirkels en de afstand d tussen de cirkels. Er geldt:

$$V = \frac{2r + d}{3,14 \cdot r}$$

Bij een baanlengte van 225 meter en een afstand van precies 2 meter tussen de cirkels is deze verhouding ongeveer $\frac{2}{3}$.

3p **13** Laat dit met een berekening zien.

Niet alle atletiekbanen hebben een afstand d van precies 2 meter tussen de cirkels. Voor een atletiekbaan waarbij cirkels gebruikt worden met een straal van precies 10 meter is de verhouding V alleen nog afhankelijk van de afstand d tussen de twee cirkels.

De formule van V is dan te schrijven in de vorm $V = a \cdot d + b$.

4p **14** Bereken a en b .

Om de totale lengte van een atletiekbaan te berekenen moet de lengte van de twee rechte stukken opgeteld worden bij het aantal meters bocht. Het aantal meters bocht kan berekend worden met de formule:

$$B = 6,28 \cdot r$$

De meeste indooratletiekbanen hebben een totale lengte van 200 meter. In de Madison Square Garden in New York ligt een atletiekbaan met een andere lengte. Deze baan heeft een verhouding V van ongeveer 0,944 en de afstand d is ongeveer 11,55 meter.

6p **15** Bereken de totale lengte van de atletiekbaan in de Madison Square Garden.

Radioactieve stoffen

In ziekenhuizen wordt veel gebruikgemaakt van radioactieve stoffen. Bij het radioactieve verval van deze stoffen komt straling vrij. Deze straling wordt onder andere gebruikt voor diagnose en behandeling van ziekten. Patiënten krijgen een injectie met een geringe hoeveelheid radioactieve stof. Daarna kijkt de arts met een speciale camera waar de stof zich in het lichaam concentreert.

Om een scan van de botten te maken, wordt een patiënt ingespoten met de radioactieve stof Technetium-99m (Tc-99m). Tc-99m heeft een halveringstijd van 6 uur. Dat wil zeggen dat telkens na 6 uur de helft van de radioactieve stof verdwenen is. Deze halveringstijd is lang genoeg om het medische onderzoek uit te voeren en kort genoeg om de patiënt na het onderzoek niet in het ziekenhuis te hoeven houden.

- 4p **16** Bereken hoeveel procent van de radioactieve stof Tc-99m 24 uur na toediening nog in het lichaam van de patiënt aanwezig is.

Vanwege de korte halveringstijd is het voor een ziekenhuis onmogelijk om Tc-99m in voorraad te hebben. In het ziekenhuis wordt hiervoor eenmaal per week een **technetiumkoe** afgeleverd. Zie de foto. Deze 'koe' is eigenlijk een container met Molybdeen-99 (Mo-99). Tc-99m ontstaat bij het radioactieve verval van Mo-99, dat een veel langere halveringstijd heeft. Uit de koe kan een week lang op elk gewenst moment Tc-99m worden 'gemolken'. Dit is voldoende voor vele tientallen patiënten.

foto



Een container wordt gevuld met Mo-99. Het exponentiële radioactieve verval van Mo-99 is dusdanig dat na precies 7 dagen nog 17,3% van de stof over is. Op grond van dit gegeven kun je vaststellen dat de hoeveelheid Mo-99 iedere dag met ongeveer 22,2% afneemt.

- 4p **17** Laat met een berekening zien dat dit klopt.
- 5p **18** Bereken met behulp van de genoemde 22,2% na hoeveel uur de hoeveelheid Mo-99 in de container gehalveerd is.

Reclamefolders

Hij is er al een poosje en blijft ook nog wel even: de ongeadresseerde reclamefolder. Het onderzoek 'Thuis binnen Bereik', dat in 2009 gehouden is, geeft aan dat reclamefolders behoorlijk effectief zijn. Veel mensen die ze hebben bekeken, gaan tot actie over: men koopt een getoond product óf gaat een winkel bezoeken óf kijkt op een website. Volgens het onderzoek zorgen deze ongeadresseerde reclamefolders er voor dat 15% van de totale Nederlandse bevolking tot actie overgaat.



Het onderzoek is gebaseerd op een aantal gegevens en aannames.

Het Centraal Bureau voor de Statistiek meldt voor 2009:

- Er zijn 7,313 miljoen huishoudens, waarvan 2,618 miljoen eenpersoonshuishoudens;
- Een meerpersoonshuishouden telt gemiddeld 2,3 personen ouder dan 16 jaar;
- Nederland heeft 16,53 miljoen inwoners.

De volgende aannames zijn gedaan:

- $\frac{1}{6}$ deel van de huishoudens heeft een 'ja/nee-sticker' en ontvangt dus geen folders;
- In verhouding zijn er evenveel eenpersoons- als meerpersoonshuishoudens met een sticker;
- In huishoudens waar de folders wel ontvangen worden, bekijkt driekwart van alle personen ouder dan 16 jaar deze folders;
- 27% van de personen die de folders bekijken, gaat tot actie over;
- Alle eenpersoonshuishoudens worden gevoerd door een persoon ouder dan 16 jaar.

Het genoemde percentage van 15% dat tot actie overgaat, lijkt erg hoog. Op basis van bovenstaande gegevens en aannames kun je onderzoeken of dit percentage juist is.

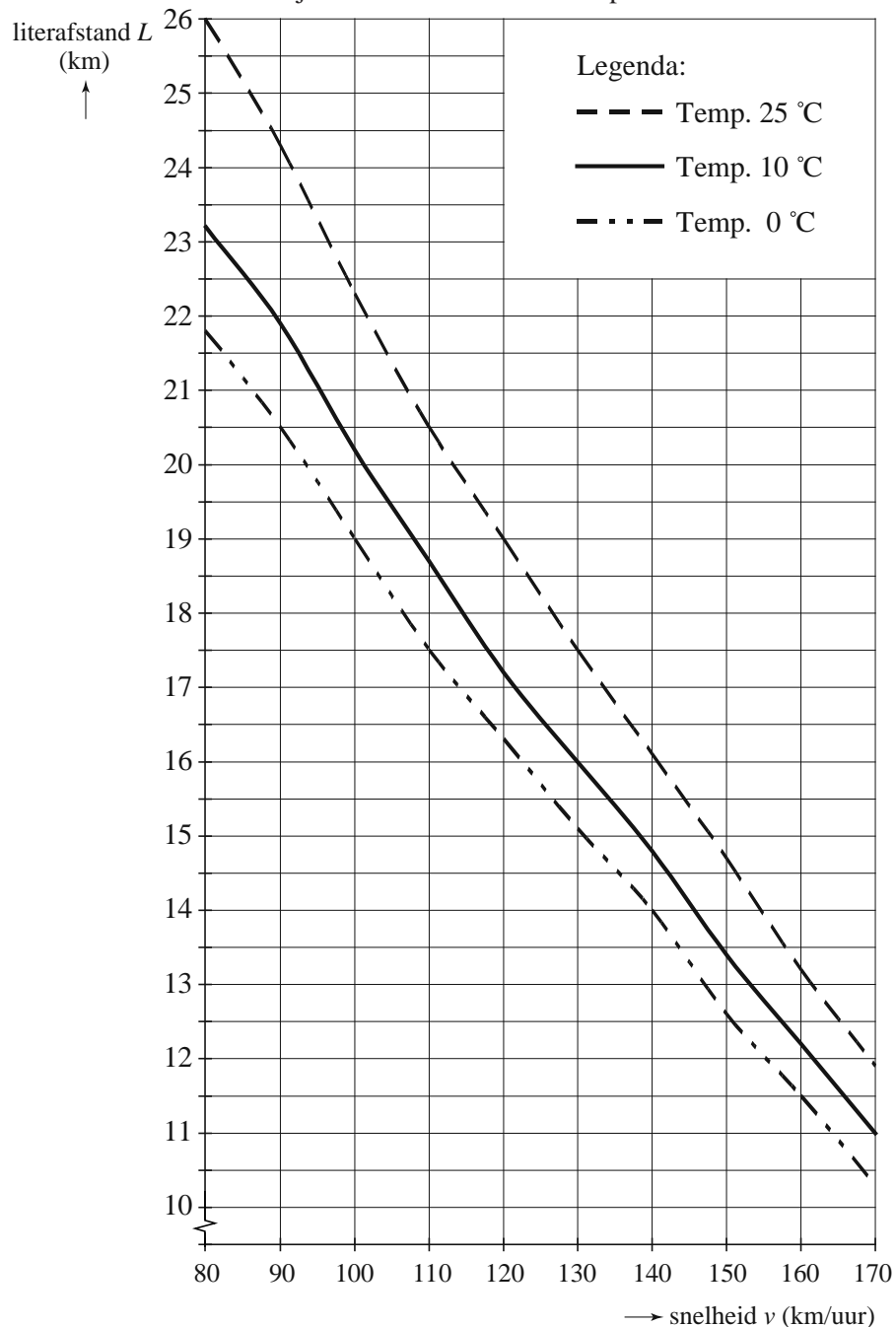
7p **19** Onderzoek of dit percentage van 15% juist is.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____ Kandidaatnummer _____

3

Verband tussen literafstand en snelheid bij verschillende buitentemperaturen



VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN

Uitwerkingen voorbeeldopgaven

a Gewicht

vraag 1

$$L = 1,76$$

Invullen in (1) levert $G = 66$.

$$L = 1,76 \text{ en } G = 66 \text{ invullen in } BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G \text{ levert } BMI \approx 21,3.$$

vraag 2

$$\text{Invullen van } G = 100 \cdot L - 110 \text{ in } BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G : BMI = \frac{1}{L^2} \cdot (100 \cdot L - 110).$$

$$\text{Herleiden tot } BMI = \frac{100 \cdot L - 110}{L^2}.$$

vraag 3

$$L = 1,85.$$

$$\text{Als } BMI = 20 \text{ dan } 20 = \frac{1}{(1,85)^2} \cdot G \text{ dus } G \approx 68,5.$$

$$\text{Als } BMI = 25 \text{ dan } 25 = \frac{1}{(1,85)^2} \cdot G \text{ dus } G \approx 85,6.$$

Een 'gezonde' man mag een gewicht tussen (ongeveer) 69 en 86 kg hebben.

vraag 4

$$\text{Voor persoon A: } BMI_A = \frac{1}{(1,70)^2} \cdot G \approx 0,35 \cdot G$$

$$\text{Voor persoon B: } BMI_B = \frac{1}{(1,90)^2} \cdot G \approx 0,28 \cdot G.$$

Het lineaire verband van persoon A heeft een grotere richtingscoëfficiënt dan dat van persoon B.

De grafiek van persoon A loopt dus steiler dan de grafiek van B.

Grafiek II hoort bij persoon B.

vraag 5

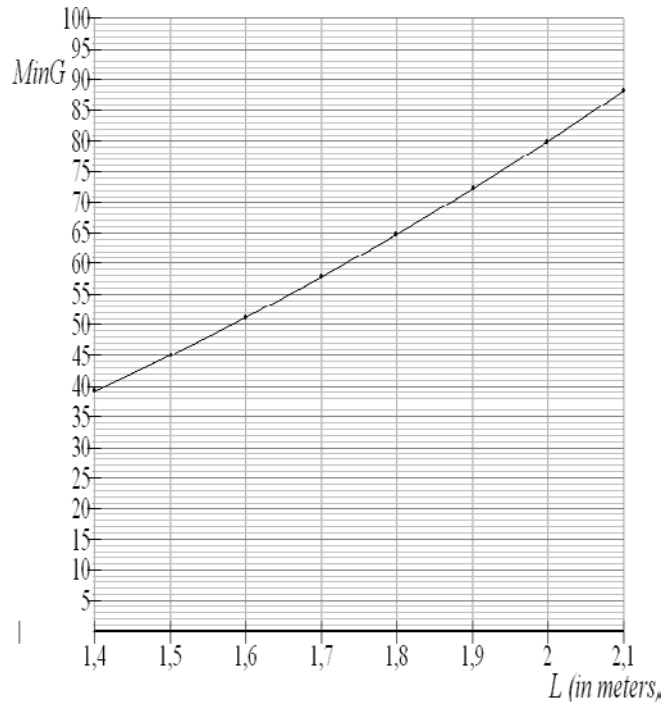
$$\text{Bij dat minimale gezonde gewicht hoort de formule } 20 = \frac{1}{L^2} \cdot G.$$

Het berekenen van verschillende (tenminste 4) waarden van L en G die bij dit verband horen: zie tabel.

L	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1
G	39,2	45	51,2	57,8	64,8	72,2	80	88,2

Het tekenen van een bijbehorende grafiek.

Voorbeeld van een grafiek



Opmerking

De grafiek moet duidelijk herkenbaar zijn als een grafiek van een niet-lineair verband (met andere woorden geen rechte lijn vormen).

b Vliegen en zwemmen

vraag 1

De vergelijking $\frac{f \cdot 0,08}{13,5} = 0,3$ moet worden opgelost.

Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden.

Het antwoord: 50,6.

of

Het invullen van de getallen 50; 0,08 en 13,5 in de formule.

De uitkomst: 0,296.

Een kolibrie voldoet (bij benadering) aan de formule.

vraag 2

De slagfrequentie van een kolibrie is 50 slagen per seconde.

1 slag duurt daarmee $1/50$ seconde.

Dat is 0,02 seconde.

vraag 3

Het verband tussen f en v is te schrijven als $f = \frac{0,3}{0,26} \cdot v$ (of $f = a \cdot v$).

Dit is een recht evenredig verband.

vraag 4

Invullen in het verband geeft $\frac{f \cdot d}{15} = 0,3$.

Vermenigvuldigen met 15 geeft $f \cdot d = 4,5$.

Delen door d geeft $f = \frac{4,5}{d}$.

vraag 5

Er moet voor beide tuimelaars gelden: $f = \frac{4,5}{d}$.

Dus moet gelden: $f_{moeder} \cdot d_{moeder} = 4,5$ en $f_{kind} \cdot d_{kind} = 4,5$.

Omdat $f_{kind} = 3 \cdot f_{moeder}$ moet nu gelden: $d_{kind} = \frac{1}{3} \cdot d_{moeder}$ (dus de slag grootte van de moeder is drie keer zo groot als die van het kind).

Daarmee zal de lengte van de staartvin van de moeder ook drie keer zo groot zijn als die van het kind.

vraag 6

Een slag duurt ongeveer 0,008 seconden.

De slagfrequentie is $\frac{1}{0,008} = 125$.

De vergelijking $\frac{125 \cdot 0,0065}{v} = 0,3$ moet worden opgelost.

Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met behulp van de GR opgelost kan worden.

De oplossing: $v \approx 2,71$ m/s.

c Verpakkingen**vraag 1**

De vaste kosten kun je vinden door in de figuur af te lezen bij $q = 0$.

Afgelezen waarde TK is (ongeveer) 3500.

Dit is (ongeveer) 3500 euro.

vraag 2

De grafiek van TK_{prog} is een rechte lijn.

Twee punten van deze rechte bepalen, bijvoorbeeld (0; 3250) en (11; 40 100).

De lijn door deze punten tekenen.

vraag 3

De snijpunten van TK_{prog} en TK markeren/aflezen op de uitwerkbijlage.

De bijbehorende waarden van q zijn: ($q = 0$ en) $q \approx 5000$ en $q \approx 9700$.

Het antwoord: voor een productieomvang tussen (ongeveer) 5000 en (ongeveer) 9700 verpakkingen.

vraag 4

In de formule van TK invullen: $q = 5000$.

Dit levert $TK = 20000$.

Bijbehorende waarde van GK : $\frac{20000}{5000}$.

Het antwoord: $GK = 4$ (euro).

vraag 5

$$GK = \frac{TK}{q}$$

$$GK = \frac{0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250}{q}$$

$$GK = 0,00000012q^2 - 0,00177q + 9,2 + \frac{3250}{q}$$

Dus $a = 0,00000012$, $b = -0,00177$ en $c = 9,2$.

d Het HABOG

vraag 1

De vergelijking $180 = 1800 \cdot g^{100}$ moet worden opgelost.

Het beschrijven van de werkwijze, met de GR of met een berekening.

$g \approx 0,9772$.

Dus is de afname per jaar 2,28%.

vraag 2

De groefactor per jaar is 0,977.

De groefactor per 10 jaar is $0,977^{10} \approx 0,792$.

De afname per 10 jaar is dus 20,8%.

vraag 3

De vergelijking $0,977^t = 0,5$ moet worden opgelost.

Het beschrijven van de werkwijze, bijvoorbeeld met de GR.

Het antwoord: na 29,8 jaar.

vraag 4

Het aflezen van een punt, bijvoorbeeld: in het jaar 2133 is het bedrag 2 miljard euro geworden. In het jaar 2003 was het bedrag 43 miljoen euro (of het aflezen van bedrag en jaar in een ander punt).

De groefactor per 130 jaar is $\frac{2 \cdot 10^9}{43 \cdot 10^6} \approx 46,51$.

De groefactor per jaar is $46,51^{\frac{1}{130}} \approx 1,03$.

Het rentepercentage per jaar is dus (ongeveer) 3.

e File

vraag 1

Het berekenen van de toenamepercentages of de groefactoren.

De conclusie: Maarssen-Utrecht West heeft de grootste relatieve toename.

vraag 2

Het meten van hoogtes bij twee verschillende aantallen motorvoertuigen, bijvoorbeeld 16 mm bij 110 000 motorvoertuigen en 47 mm bij 132 000 motorvoertuigen.

De bijbehorende richtingscoëfficiënt is daarmee $\frac{132000 - 110000}{47 - 16} \approx 710$.

Het verband heeft de vorm $m = 710 \cdot h + b$ (met m is het aantal motorvoertuigen en h is de hoogte van de bijbehorende staaf in mm).

Door invullen van, bijvoorbeeld, $h = 16$ en $m = 110000$ vaststellen dat $b = 98640$

(dus $m = 710 \cdot h + 98640$).

vraag 3

$\frac{116100}{278} \approx 418$ in 1990 en $\frac{78186}{213} \approx 367$ in 1987 dus uitspraak A is waar.

Het vergelijken van gegevens uit tabel 1 en tabel 2 en de conclusie dat B niet waar is.

vraag 4

Een assenstelsel met geschikte schaalverdeling.

Een kromme gebaseerd op een voldoende aantal punten.

vraag 5

In 1999 zijn er $278 + 3 \cdot 65 = 473$ files in geval van lineaire groei.

De groefactor is $\frac{278}{213}$ per drie jaar (of ongeveer 1,3).

In 1999 zijn er $278 \cdot \left(\frac{278}{213}\right)^3 = 618$ files (of 611 files) in geval van exponentiële groei.

Het verschil is 145 (of 138).

f Vijvertest**vraag 1**

Een strategie om het getal te berekenen, bijvoorbeeld 0,5 keer het getal bij $KH=12$.
Het antwoord 38,0 (of 38,1).

vraag 2

Afname met 90% betekent groefactor 0,1.

In de tabel neemt pH met 0,4 toe, dus is de groefactor $0,1^{0,4} \approx 0,398$.

$160,0 \cdot 0,1^{0,4} \approx 63,7$; $63,7 \cdot 0,1^{0,4} \approx 25,4$; $24,4 \cdot 0,1^{0,4} \approx 10,1$; $10,1 \cdot 0,1^{0,4} \approx 4,0$; $4,0 \cdot 0,1^{0,4} \approx 1,6$
of

$$\frac{63,7}{160,0} \approx \frac{25,4}{63,7} \approx \frac{10,1}{25,4} \approx \frac{4,0}{10,1} \approx \frac{1,6}{4,0} \approx 0,4.$$

Bij toename 0,4: groefactor $\approx 0,4$, dus bij toename 1: groefactor = $0,4^{\frac{1}{0,4}} \approx 0,10$

Groefactor 0,1 betekent afname met 90%.

vraag 3

De constatering dat de waarden van pH en KH voldoen aan de eerste twee voorwaarden.
Aangeven hoe de bijbehorende waarde van C kan worden berekend.

$C = 32$.

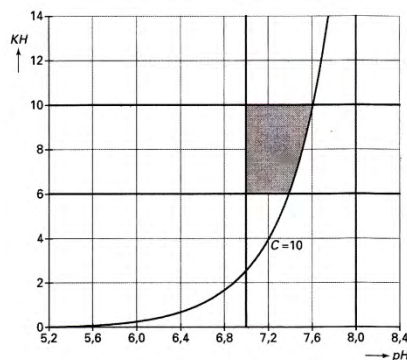
De constatering dat ook voldaan is aan de derde voorwaarde (en de conclusie dat het vijverwater van goede kwaliteit is).

vraag 4

Wegens $C \geq 10$ ligt het gebied links van de getekende kromme.

Het gebied ligt tussen de horizontale grenslijnen $KH = 6$ en $KH = 10$.

Het gebied ligt rechts van de verticale grenslijn $pH = 7$.



g Weg met de wekker

vraag 1

1: onjuist, dat er veel mensen aan mee doen, hoeft niet te betekenen dat het een juiste afspiegeling is van de populatie.

2: onjuist, dat mensen zelf bepalen of ze meedoen, hoeft niet te betekenen dat het een juiste afspiegeling is van de populatie.

3: onjuist, aselect houdt in dat iedereen even veel kans heeft om in de steekproef te komen. Dat is hier niet het geval.

vraag 2

Modale slaapduur is 8 uur.

Er staan meer staven aan de linkerkant dan aan de rechterkant van modaal en ze zijn ook hoger, dus het gemiddelde is lager dan modaal.

vraag 3

Nee, alleen als alle leeftijdscategorieën evenveel waarnemingen bevatten.

vraag 4

Er wordt dan geen rekening gehouden met de slaaplengte.

Bijvoorbeeld: persoon A slaapt van 22 uur tot 6 uur, persoon B van 22 uur tot 8 uur en persoon C van 24 uur tot 6 uur. De midslapen van A, B en C zijn respectievelijk 2 uur, 3 uur en 3 uur.

Als je let op de begintijd van de slaap, zijn A en B de echte 'vroeg vogels'; als je let op de eindtijd van de slaap, zijn A en C de 'vroeg vogels'.

vraag 5

De modale klasse is van half 5 tot 5 uur.

vraag 6

Aflezend: slaapduur 7,1 uur.

$7,1 : 2 = 3,55$ uur, dus bedtijd is 3,55 uur vroeger dan 2:00 uur.

Het antwoord: 22:27 uur.

vraag 7

De tijd waarop iemand naar het werk moet, is voor iedereen ongeveer gelijk.

Personen met een late midslaap, kunnen op werkdagen niet lang slapen, dus bij werkdagen horen de dichte bolletjes.

vraag 8

Uit figuur 3: Bij een midslaap op vrije dagen om 3:00 uur slaap je gemiddeld op werkdagen en vrije dagen evenveel. Bij een midslaap later dan 3:00 uur loop je slaaptekort op.

Uit figuur 2: uit de hoogte van de staafjes blijkt dat ruim 95% van de bevolking een midslaap later dan 3:00 uur heeft.

Je weet niets van de midslaap op werkdagen, daarom kun je op basis van deze gegevens geen conclusie trekken.

h De melkboer

vraag 1

De boxplot is niet geschikt, daarin kun je geen aantallen aflezen.

vraag 2

Nee, dit is het gemiddelde van de 100 monsters.

Het is niet bekend hoeveel elke boer afzonderlijk aanlevert, dit kan verschillen en dan verandert het gemiddelde.

vraag 3

Interkwartielafstand is $(70 - 40) = 30$.

De grenzen van het interval zijn $(60 - 45) = 15$ en $(60 + 45) = 105$.

Er zijn twee uitschieters.

Bij de waarde 0 zou het om een meetfout kunnen gaan, bijvoorbeeld omdat de apparatuur weigert.

vraag 4

De lage waarden worden hoger, daardoor wordt het totaal aantal bacteriën in de 100 monsters groter, dus wordt het gemiddelde groter.

De afstanden tot het gemiddelde worden kleiner, daardoor wordt de standaardafwijking kleiner.

vraag 5

De mediaan was 60

De mediaan in de nieuwe situatie is ook weer 60, dus die verandert niet.

vraag 6

Uit figuur 3: de standaardafwijking is ongeveer 2.

Vuistregel: 95% van de waarden tussen gemiddelde \pm 2 maal standaardafwijking, het betrouwbaarheidsinterval is dus [56; 64].

Betekenis: als de meting 100 keer zou worden uitgevoerd, zijn er minstens 95 met een gemiddelde tussen 56 en 64.

vraag 7

Het interval wordt smaller, omdat de standaardafwijking kleiner wordt.

Het midden van het interval schuift naar links, omdat het gemiddelde kleiner wordt.

i Erupties**vraag 1**

Na de laatste eruptie van een actieve periode is er geen of een hele lange tussentijd tot een volgende eruptie.

vraag 2

De schets is een staafdiagram of een lijndiagram.

Uit de schets blijkt duidelijk dat de verdeling tweetoppig is.

vraag 3

De verdeling van de eruptieduur is niet normaal verdeeld (of: is geen klokvormige kromme).

Je mag dus de vuistregels van de normale verdeling niet gebruiken, dus ik ben het oneens met de werkwijze.

vraag 4

De gemiddelde tussentijd is minimaal 70 (minuten).

De tussentijden duren samen (minstens) $183 \cdot 70 = 12\,810$ (minuten).

Een week duurt $7 \cdot 24 \cdot 60 = 10\,080$ minuten.

De actieve periode heeft dus langer dan een week geduurd.

vraag 5

Bij een toename van de eruptieduur met 3 (minuten) hoort een stijging van de tussentijd met 34 (minuten).

Dat is per minuut een stijging van $34 : 3 \approx 11,3$ (minuten).

Het antwoord: $90 + 11,3 = 101$ minuten (of nauwkeuriger).

vraag 6

Bij een eruptieduur van 4,5 minuten is de tussentijd.

$90 - 0,5 \cdot 11,3 \approx 84$ (minuten) (of aflezen uit de grafiek).

De tussentijd zal liggen tussen $84 - 2 \cdot 4 = 76$ (minuten) en $84 + 2 \cdot 4 = 92$ (minuten).

vraag 7

Uit de grafiek blijkt dat bij de langste eruptieduur van 5,6 minuten een tussentijd hoort van ongeveer 90 minuten.

Bij een tussentijd van 110 minuten hoort een eruptieduur van 4 minuten.

Het is dus niet zo dat als de tussentijd groter is ook de eruptieduur groter is.

j Priesters**vraag 1**

$$\text{Er geldt } S = \sqrt{\frac{0,4 \cdot (1-0,4)}{135}}$$

$$S = 0,042 \quad (\approx 4\%)$$

Vuistregel: 95% tussen gemiddelde ± 2 maal standaardafwijking.

Het percentage ligt tussen 32(%) en 48(%).

vraag 2

Er is een enquêteformulier gestuurd naar maatschappelijk actieve priesters, maar dat is slechts een deelgroep van alle priesters. Je kunt je dus afvragen of zij representatief zijn voor alle priesters. In ieder geval is het geen aselechte steekproef als je alleen priesters uit deze deelgroep een enquêteformulier stuurt.

Er hebben slechts 135 van de ruim 700 personen gereageerd (en 565 personen niet) dus de meesten hebben helemaal niet gereageerd. Dat is een behoorlijke non-respons en dan weet je niet meer of degenen die wel gereageerd hebben een aselechte steekproef zijn.

vraag 3

40% van 135 = 54 personen zijn voor afschaffing.

39% van 135 = 53 personen vinden dat het celibaat gehandhaafd moet blijven.

Het scheelt zo weinig dat je niet met zekerheid kunt zeggen dat er in de hele populatie minder priesters zijn die vinden dat het celibaat gehandhaafd moet blijven dan priesters die van het celibaat af willen.

k Wachlijsten (ontleend aan CE havo A1,2 2003 II)**vraag 1**

De mensen in de klassen C, D en E wachten tussen de 4 en de 10 weken.

Het aflezen van de cumulatieve percentages als (ongeveer) 38% en 58%.

Het antwoord: (ongeveer) 20%

vraag 2

Een argument voor neurochirurgie zou kunnen zijn dat bij hen meer dan 20% van de mensen binnen twee weken geholpen wordt, terwijl bij orthopedie minder dan 10% van de mensen binnen twee weken geholpen wordt.

Een argument voor orthopedie zou kunnen zijn dat bij hen minder dan 10% van de mensen langer dan een halfjaar moet wachten, terwijl bij neurochirurgie meer dan 25% van de mensen langer dan een halfjaar moet wachten.

vraag 3

Bij neurochirurgie moet volgens figuur 1 bijna 25% van de wachtenden 4 weken wachten dus het eerste kwartiel zit ongeveer bij 4 (of een ander onderbouwd argument).

Dan hoort boxplot I bij neurochirurgie en boxplot II bij orthopedie.

vraag 4

Het percentage wachtenden per klasse neemt steeds af vanaf klasse A naar klasse F.

Voor de eerste 12 weken moet de cumulatieve frequentiepolygoon dus afnemend stijgend zijn.

IV past dus het best.

l Het bedrijf**vraag 1**

De variabelen zijn geslacht en afdeling.

Beide zijn op nominaal meetniveau.

vraag 2

Het aflezen van de waarden voor de vrouwen: 30, 10, 20 en 40 en voor de mannen: 30, 30, 180, 60.

Het verwerken van deze gegevens in een kruistabel.

vraag 3

Uit het diagram aflezen: in het bedrijf werken meer mannen dan vrouwen.
Het percentage van de vrouwen is dus hoger dan het percentage van de mannen.

of

In het bedrijf werken $30+10+20+40=100$ vrouwen en $30+30+180+60=300$ mannen.

Het percentage vrouwen in de Research is $\frac{30}{100} \cdot 100(\%) = 30(\%)$.

Het percentage mannen in de Research is $\frac{30}{300} \cdot 100(\%) = 10(\%)$ (dus het percentage van de vrouwen is groter dan het percentage van de mannen).

m Teksten vergelijken**vraag 1**

Beide verdelingen zijn ééntoppig met duidelijk een staart naar rechts.

vraag 2

De verdeling van ELK bereikt eerder de top en de top is hoger. Tot aan de top zijn de frequenties hoger dan bij AZM; voorbij de top van AZM zijn de frequenties van ELK kleiner dan die van AZM. De kwartielen van ELK zijn kleiner dan de kwartielen van AZM. Boxplot I hoort bij ELK; boxplot II hoort bij AZM.

vraag 3

In boxplot II zijn er meer rapporten met een grotere lengte dan in boxplot I.
De mediaan is in boxplot II groter dan in boxplot I.
Er is duidelijk verschil.

vraag 4

De grootte van de meetwaarden heeft invloed op het gemiddelde, niet op de mediaan.
Het gemiddelde is groter dan de mediaan.

n Wasdrogers**vraag 1**

De huishoudens in Nederland.

vraag 2

Omdat het om percentages gaat.

vraag 3

$$S = \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{n}} = \frac{\sqrt{0,24}}{\sqrt{n}} \approx \frac{0,49}{\sqrt{n}}$$

vraag 4

Er geldt $\frac{0,49}{\sqrt{n}} = 0,015$.

Dit geeft $n \approx 1067$ $n \approx 1067,1$, dus de steekproefomvang moet minstens 1068 zijn.

o Huwelijken**vraag 1**

Aan de vorm van de puntenwolk is te zien dat de rechter wolk een grotere samenhang vertoont dan de linker wolk.

In huwelijken is het waarschijnlijker dat beide partners ongeveer dezelfde leeftijd hebben dan dezelfde lengte.

De linker puntenwolk zal dus betrekking hebben op de lengte.

vraag 2

Bij een gegeven lengte van de man is de spreiding van de lengte van de vrouw groter dan de spreiding van de leeftijd van de vrouw bij een gegeven leeftijd van de man.

Bij de puntenwolk met de leeftijden zal de schatting dus het meest betrouwbaar zijn.

vraag 3

Het tekenen van een lijn door de punten (20, 20) en (60, 60).

Er liggen meer punten onder de lijn dan erboven.

De conclusie: het komt vaker voor dat de man ouder is dan de vrouw.

vraag 4

Vuistregel: 95% van de waarden tussen gemiddelde \pm 2 maal standaardafwijking.

Het berekenen van de waarden voor de mannen 159,2 (cm) en 186,8 (cm).

Het berekenen van de waarden voor de vrouwen 147,6 (cm) en 172,4 (cm).

vraag 5

Er zijn echtparen waarvan de lengte van beide partners buiten de rechthoek valt

Die punten worden dubbel mee geteld, zowel bij de ene 5% als bij de andere 5%.

Het aantal punten buiten de getekende rechthoek zal kleiner zijn dan 10%.

p Toerisme en malaria (korte onderzoeksopgave)

Voorbeeld van een juist boomdiagram of kruistabel.

Kruistabel

		Uitslag test		
		Positief	Negatief	Totaal
Besmet?	Ja	46	14	60
	Nee	47	893	940
Totaal		93	907	1000

Het maken van een juist boomdiagram of kruistabel.

9,32% (of 9,3%) heeft een positieve uitslag.

Daarvan is ongeveer de helft daadwerkelijk besmet.

Ongeveer de helft van de positieve uitslagen is dus vals alarm, de test geeft veel te weinig informatie.

Opmerking

Er kan ook met een gekozen aantal personen die de test hebben gedaan worden gerekend.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

uitwerkingen voorbeeldexamenopgaven

A Platvissen

1 **maximumscore 3**

- Bij 14 jaar hoort volgens figuur 1 een lengte van (ongeveer) 420 mm 1
- $420 \text{ mm} = 42 \text{ cm}$ 1
- In figuur 2 bij 42 cm aflezen dat het gewicht dan (ongeveer) 1000 gram is 1

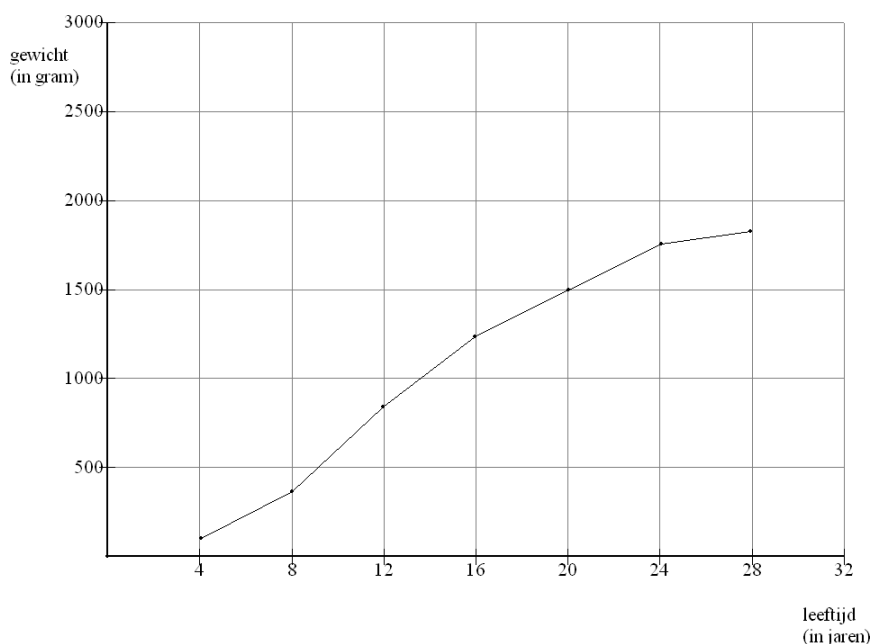
2 **maximumscore 3**

- Het maken van een tabel met daarin bijvoorbeeld de volgende waarden: 1

<i>leeftijd (in jaren)</i>	4	8	12	16	20	24	28
<i>lengte (in mm)</i>	120	300	390	440	470	485	499
<i>gewicht (in g)</i>	100	350	800	1250	1500	1750	1800

- Het schetsen van een bijpassende grafiek 1

Voorbeeld van een grafiek



- De conclusie: dus schets C past het beste 1

3 **maximumscore 3**

- $2,867 \cdot (1 - 0,93 \cdot 0,9094^t)^3 = 1,5$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking moet worden opgelost 1
- De tong is dan 16 jaar (of 16,5 jaar) 1

Vraag	Antwoord	Scores
4	<p>maximumscore 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • De groeifactor 0,09094 is kleiner dan 1 en dus is $0,9094^t$ dalend • $-0,93 \cdot 0,9094^t$ is stijgend • Dus $1 - 0,93 \cdot 0,9094^t$ is stijgend • Conclusie: $2,867 \cdot (1 - 0,93 \cdot 0,9094^t)^3$ neemt toe als t toeneemt 	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
5	<p>maximumscore 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • De formule voor het totale gewicht is $TG = 1000 \cdot 0,9048^t \cdot 2,867 \cdot (1 - 0,93 \cdot 0,9094^t)^3$ • Het beschrijven van de werkwijze met de GR hoe de formule is ingevoerd en het maximum gevonden kan worden • Het antwoord: (ongeveer) 303 kg 	<p>2</p> <p>1</p> <p>1</p>

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

B Paslengte

1 **maximumscore 3**

- $s = 0,35$ en $h = 0,21$ 1
- De snelheid is $2,81 \cdot 0,35^{1,67} \cdot 0,21^{-1,17} \approx 3,0$ km/uur 2

2 **maximumscore 3**

- Het opstellen van de vergelijking: $15 = 2,81 \cdot s^{1,67} \cdot 0,40^{-1,17}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord $s \approx 1,43$ meter (of 143 cm) 1

3 **maximumscore 4**

- $h = 0,4$ moet in de formule $v = 2,81 \cdot s^{1,67} \cdot h^{-1,17}$ worden ingevuld 1
- $v = 2,81 \cdot s^{1,67} \cdot 0,4^{-1,17}$ 1
- Herleiden tot $v = 2,81 \cdot s^{1,67} \cdot 0,4^{-1,17} \approx 8,209 \cdot s^{1,67}$ 1
- Afronden op twee decimalen leidt tot $c = 8,21$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

C Glasdikte

1 maximumscore 4

- $\frac{b}{a} = 1,5$ geeft $\beta = 0,699$ 1
- $q = 22,5$ 2
- De minimale dikte: $0,447 \cdot 0,699 \cdot 2 \cdot 22,5 \approx 14$ 1

2 maximumscore 5

- $q = 35$ op 60 m hoogte 1
- De glasdikte op 60 m is (ongeveer) 22 mm 2
- Het antwoord: (ongeveer) 56% 2

of

- Op 60 m hoogte is $q = 35$ 1
- De verhouding van de waarden van q op 60 m en op 50 m hoogte 2
- Het antwoord: (ongeveer) 56% 2

3 maximumscore 6

- Bij een vierkant geldt: $a = b = \sqrt{6} \approx 2,45$ 1
- $\beta = 0,535$ 1
- De minimale dikte is dan ongeveer 23,4 1
- Bij kleine a (en dus grote b), bijvoorbeeld $a = 1,55$ en $\frac{b}{a} = 2,5$, is de minimale dikte kleiner 3

Opmerking

Als alleen dikten zijn berekend voor vierkante ruiten en ruiten met weinig verschil in a en b (waaruit een andere conclusie wordt getrokken), ten hoogste 4 scorepunten voor deze vraag toekennen.

4 maximumscore 5

- $q = 40$ 1
- $\beta = 0,720$ 1
- De vergelijking $22 = 0,447 \cdot 0,720 \cdot a \cdot 40$ 1
- $a \approx 1,71$ 1
- b is dan ongeveer 2,73 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

D Bestrating

- 1 **maximumscore 3**
- Het grote vierkant heeft zijden, bestaand uit tweemaal de zijde van een vierkant en eenmaal de breedte van een rechthoek: $2 \cdot w + 1 \cdot k = 2w+k$ 1
 - De oppervlakte is dan $O = (2w + k)(2w + k) = (2w + k)^2$ 2
- 2 **maximumscore 6**
- Het Waalformaatgedeelte bestaat uit 4 dezelfde vierkanten met zijde w en een kleiner vierkant met zijde k 1
 - De oppervlakte daarvan is dus $O_W = 4 \cdot w \cdot w + 1 \cdot k \cdot k = 4w^2 + k^2$ 1
 - Het Keiformaatgedeelte: 4 dezelfde rechthoeken met zijden w en k 1
 - De oppervlakte daarvan is $O_K = 4 \cdot w \cdot k = 4wk$ 1
 - Het totaal is dan $O_W + O_K = 4w^2 + k^2 + 4wk$ 1
 - Uitwerken van formule van de vorige vraag levert $O = (2w + k)^2 = 4w^2 + 4wk + k^2 = 4w^2 + k^2 + 4wk (= O_W + O_K)$ 1
- 3 **maximumscore 4**
- In de formule invullen van, bijvoorbeeld $w = 1$ en $k = 0$ 1
 - Bijbehorende waarde van K : 300 (euro) 1
 - Bijbehorende terrasoppervlakte: 4 m^2 1
 - De kosten per m^2 : $(\frac{300}{4} =) 75$ euro 1
- 4 **maximumscore 4**
- De nieuwe eis komt overeen met $k = \frac{1}{2}w$ 1
 - Invullen hiervan in $K = 300w^2 + 175wk + 75k^2$: $K = 300w^2 + 175w \cdot \frac{1}{2}w + 75 \cdot (\frac{1}{2}w)^2$ 1
 - Herleiden tot $K = 300w^2 + 87,5w^2 + 18,75w^2$ 1
 - Herleiden tot $K = 406,25 \cdot w^2$ 1
- 5 **maximumscore 6**
- Er geldt nu: $406,25 \cdot w^2 = 10500$ 1
 - Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR of algebraïsch) kan worden opgelost 1
 - $w \approx 5,08$ 1
 - Uit $w = 5,08$ volgt dat $k = 2,54$ 1
 - De zijde van het terras is $2 \times 5,08 + 2,54 = 12,7$ (m) 1
 - De oppervlakte van het terras is $(12,7^2 \approx) 161$ (m^2) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

E CBS-cijfers

1 maximumscore 3

- Procentuele groei $\frac{\text{nieuw} - \text{oud}}{\text{oud}} \times 100\% = \frac{4 - 2,8}{2,8} \times 100\%$ 2
- Dit levert 43% (of nauwkeuriger) (en dat is groter dan 40%) 1

2 maximumscore 5

- Een lineair verband heeft de vorm $A = at + b$ (met t in jaren en $t = 0$ bijvoorbeeld in 2007) 1
- $a = 0,6$ en $b = 2,8$ 1
- $A = 0,6t + 2,8$ 1
- In 2020: $t = 13$ 1
- Het aandeel duurzame energie is dan $0,6 \cdot 13 + 2,8 = 10,6\%$ 1

3 maximumscore 6

- Een exponentieel verband heeft de vorm $A = b \cdot g^t$ (met t in jaren en $t = 0$ bijvoorbeeld in 2007) 1
- In 2 jaar is de groeifactor 1,4 1
- Groeifactor per jaar: $g = 1,4^{0,5} \approx 1,183$ 1
- $b = 2,8$ 1
- $A = 2,8 \cdot 1,183^t$ 1
- Het aandeel duurzame energie in 2020 is $2,8 \cdot 1,183^{13} = 24,9\%$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

F Noordpoolijs

1 maximumscore 3

- Grootste ijsoppervlak: 16,5 (of nauwkeuriger),
kleinste ijsoppervlak: 14,5 (of nauwkeuriger) 1
- De procentuele afname is daarmee $\frac{14,5-16,5}{16,5} \times 100\%$ 1
- Percentage in de kop: 12 (of nauwkeuriger) 1

Opmerking

Als een kandidaat percentages bij andere jaartallen heeft afgelezen, ten hoogste 1 scorepunt voor deze vraag toekennen.

2 maximumscore 4

- De gemiddelde jaarlijkse verandering: $\frac{14,5-16,5}{2006-1979}$ 2
- Dat leidt tot $-0,07$ (of nauwkeuriger) 1
- De gemiddelde jaarlijkse afname is daarmee $0,07$ (miljoenen km²) 1

3 maximumscore 6

- Aflezen van twee punten op de trendlijn, bijvoorbeeld
(2 (namelijk 1980); 16,2) en (26 (namelijk 2004); 15,2) 1
- Richtingscoëfficiënt: $\frac{15,2-16,2}{26-2}$ of $\frac{15,2-16,2}{2004-1980}$ 1
- Richtingscoëfficiënt is $-0,04$ (of nauwkeuriger) 1
- $b = 16,3$ (of nauwkeuriger) (dus formule $Opp = -0,04t + 16,2$) 1
- De vergelijking $-0,04t + 16,3 = 0$ leidt tot $t = 407,5$ 1
- Antwoord: in het jaar 2386 1

4 maximumscore 2

Een antwoord als

- Ze zullen dit deel van de grafiek bekijken omdat in deze jaren het
ijsoppervlak bijna niet afgenomen is 2
- of
- Als je hier een trendlijn zou maken, dan zou deze bijna horizontaal lopen 2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

G China's defensie-uitgaven

1	maximumscore 7	
	• Groeifactor hoge schatting 1,087	1
	• Exponentieel model hoge schatting opstellen $H = 37 \cdot 1,087^t$	1
	• Groeifactor lage schatting 1,087	1
	• Exponentieel lage schatting opstellen $L = 26 \cdot 1,087^t$	1
	• Verschilformule hoge – lage schatting opstellen	1
	• Verschil = 80	1
	• Oplossen vergelijking $t = 23,8$ en interpreteren naar jaartelling dus in 2018	1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

H Brandstofverbruik

1	maximumscore 7	
	• Voor een vlucht van 9000 km non-stop is 36 gram per skm nodig	1
	• Dat is in totaal $524 \cdot 9000 \cdot 36 = 169\,776\,000$ gram brandstof	1
	• Als men, bijvoorbeeld, een tussenlanding op 4500 km kan maken, dan is er voor een dergelijke vlucht maar 33 gram per skm nodig	1
	• Dat is in totaal $524 \cdot 9000 \cdot 33 = 155\,628\,000$ gram brandstof	1
	• Het besparingspercentage is daarmee $\frac{169776000 - 155628000}{169776000} \cdot 100\%$	1
	• Dat is ongeveer 8,3%	1
	• Het antwoord: ja, men kan door tussenlandingen meer dan 5% besparen	1
	of	
	• Voor een vlucht van 9000 km non-stop is 36 gram per skm nodig	1
	• Als men, bijvoorbeeld, een tussenlanding op 4500 km kan maken, dan is er voor een dergelijke vlucht maar 33 gram per skm nodig	1
	• Omdat in beide gevallen dezelfde hoeveelheid stoelen en dezelfde totale afstand gehanteerd wordt, is de totale verbruikte brandstof bij tussenlanding $\frac{33}{36}$ e deel van de verbruikte brandstof bij non-stop	2
	• Het besparingspercentage is daarmee $\frac{36-33}{36} \cdot 100\%$	1
	• Dat is ongeveer 8,3%	1
	• Het antwoord: ja, men kan door tussenlandingen meer dan 5% besparen	1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

I Groene zone

1 **maximumscore 6**

- De tijd die nodig is om van 1 naar 2 te rijden, is de maximale tijd tussen het op groen springen van 1 en het op groen springen van 2 1
- Hetzelfde geldt voor de tijd die nodig is om van 2 naar 3 te rijden 1
- $50 \text{ km/u} = \frac{50000}{3600} \text{ m/s}$ 1
- Met een snelheid van 50 km/u doe je er $\frac{300}{\frac{50000}{3600}} = 21,6$ seconden over om van 1 naar 2 te rijden 1
- Met een snelheid van 50 km/u doe je er $\frac{400}{\frac{50000}{3600}} = 28,8$ seconden over om van 2 naar 3 te rijden 1
- Conclusie: 1 springt op groen; (hoogstens) 21,6 seconden later springt 2 op groen en weer (hoogstens) 28,8 seconden later springt 3 op groen 1

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Zuinig rijden

1 maximumscore 3

- Met 35 liter rijd je in de vierde versnelling $35 \cdot 19,63 \approx 690$ km 1
- Met 35 liter rijd je in de vijfde versnelling $35 \cdot 21,68 \approx 760$ km 1
- Met 35 liter rijd je dus in de vijfde versnelling 70 km meer 1

Opmerking

Als een kandidaat een nauwkeuriger antwoord geeft, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

2 maximumscore 3

- Bij 60 km/uur is het verbruik $\frac{300}{25,35} \approx 11,8$ liter 1
- Bij 80 km/uur is het verbruik $\frac{300}{21,68} \approx 13,8$ liter 1
- Je verbruikt 2 liter benzine meer 1

Opmerking

Als een kandidaat een nauwkeuriger antwoord geeft, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 3

- Het aangeven van de literafstand bij 70 km/u in de vierde versnelling 1
- De horizontale verbinding met de lijn van de derde versnelling 1
- Het aflezen op de horizontale as: 55 km/u 1

Opmerking

Voor het aflezen op de horizontale as geldt een toelaatbare marge van 1 km/u, dus iedere snelheid vanaf 54 km/u tot en met 56 km/u is acceptabel.

4 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt is $-0,1838$ 1
- Uit tabel 1 gebruiken: $L_{\text{derde versnelling}} = 16,92$ voor $v = 80$ 1
- $-0,1838 \cdot 80 + b = 16,92$ geeft $b \approx 31,62$ 1
- De formule: $L_{\text{derde versnelling}} = -0,1838 \cdot v + 31,62$ 1

of

- De richtingscoëfficiënt is $-0,1838$ 1
- Uit de figuur geschikte waarden aflezen, bijvoorbeeld:
 $L_{\text{derde versnelling}} = 15$ bij $v = 90$ 1
- $-0,1838 \cdot 90 + b = 15$ geeft $b \approx 31,54$ 1
- De formule: $L_{\text{derde versnelling}} = -0,1838 \cdot v + 31,54$ 1

Opmerking

Voor een andere richtingscoëfficiënt dan $-0,1838$ maximaal 3 scorepunten toekennen.

5 maximumscore 4

- Uit het gegeven verband volgt $0,1838 \cdot v = -L_{\text{vijfde versnelling}} + 36,38$ 2
- $a = \frac{-1}{0,1838} = -5,4$ 1
- $b = \frac{36,38}{0,1838} = 197,9$ 1

Opmerking

Als de formule is afgeleid met behulp van twee punten die berekend zijn met het gegeven verband, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

~~De grootste taart~~**6 maximumscore 4**

- ~~• Op de eerste plaats kunnen 4 taarten staan~~ 4
- ~~• Voor de overige taarten zijn er 4! mogelijke volgordes~~ 2
- ~~• Het antwoord: $4 \cdot 4! = 96$~~ 4

7 maximumscore 3

- ~~• Op de tweede plaats staat de grootste taart~~ 4
 - ~~• Er zijn 3! mogelijke volgordes voor de overige taarten~~ 4
 - ~~• Er zijn dus $1 \cdot 3! = 6$ volgordes waarbij Richard de grootste taart kiest~~ 4
- of
- ~~• Er zijn 4! mogelijke volgordes~~ 4
 - ~~• Elke taart is even vaak de tweede~~ 4
 - ~~• Er zijn dus $\frac{4!}{4} = 6$ volgordes waarbij Richard de grootste taart kiest~~ 4

8 maximumscore 5

- ~~• Een tabel als:~~ 3

1 2 3 4	1 2 4 3	1 3 2 4	1 3 4 2	1 4 2 3	1 4 3 2
2 1 3 4	2 1 4 3	2 3 1 4	2 3 4 1	2 4 1 3	2 4 3 1
3 1 2 4	3 1 4 2	3 2 1 4	3 2 4 1	3 4 1 2	3 4 2 1
4 1 2 3	4 1 3 2	4 2 1 3	4 2 3 1	4 3 1 2	4 3 2 1

- ~~• Er zijn 10 volgordes waarbij Marlies de grootste taart kiest~~ 4
- ~~• Dat is minder dan 11, dus Marlies kiest bij minder volgordes de grootste taart~~ 4

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Woei wordt waaide

9 maximumscore 5

- De groeifactor in 1200 jaar is $\frac{98}{177}$ 1
- De groeifactor in 100 jaar is $\left(\frac{98}{177}\right)^{12}$ 2
- Dat is 0,95 (of nauwkeuriger) 1
- Het afnamepercentage per 100 jaar is 5 1

Opmerking

Als gewerkt wordt met de gegevens van het Middelengels, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

10 maximumscore 3

- De vergelijking $432 \cdot 0,9995^t = 80$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking, bijvoorbeeld met de GR, kan worden opgelost 1
- Het antwoord: in het jaar 3372 1

Opmerking

Als met behulp van de tabel het jaartal 3360 gevonden is, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

11 maximumscore 4

- $t = 2000$ invullen geeft $W \approx 159$ 1
- 159 komt overeen met 3% 1
- Het aantal is $\frac{159}{0,03}$ 1
- Het antwoord: 5300 (of nauwkeuriger) 1

12 maximumscore 4

- De groeifactor per jaar is 0,9999 1
- De vergelijking $0,9999^t = 0,5$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking, bijvoorbeeld met de GR, kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 6900 jaar (of nauwkeuriger) 1

13 maximumscore 3

- **Worden** wordt $\frac{946623}{267532} \approx 3,54$ keer zo vaak gebruikt als **komen** 1
- Bij **worden** duurt het dus $13000 \cdot \sqrt{3,54}$ jaar 1
- Het antwoord: 24 000 jaar (of nauwkeuriger) 1

Kinderalimentatie

14 maximumscore 4

- Gebruik maken van de bedragen bijvoorbeeld bij $G = 3500$ en $G = 4000$ levert: bij $\Delta G = 500$ geldt $\Delta A = 977 - 841 = 136$ 1
- Bij $\Delta G = 820$ geldt $\Delta A = 820 \cdot \frac{136}{500}$ 1
- $A = 977 + 820 \cdot \frac{136}{500}$ 1
- Het antwoord: 1200 (euro) (of nauwkeuriger) 1

15 maximumscore 3

- Er is (bij benadering) sprake van een lineair verband, dus elke euro toename van G zorgt telkens voor dezelfde toename van A 1
- Bij $\Delta G = 500$ geldt $\Delta A = 533 - 359 = 174$ 1
- Dit is $\frac{174}{500} \approx 0,35$ (= 35 cent) (dus de jurist heeft gelijk) 1

16 maximumscore 5

- ~~Bij meer dan 4 kinderen wordt eenzelfde bedrag verdeeld over meer kinderen, waardoor de gemiddelde alimentatie per kind daalt, dus de figuren 2 en 4 zijn niet juist~~ 2
- ~~Het berekenen bij (bijvoorbeeld) $G = 4000$ van de gemiddelde alimentatie per kind bij drie kindertallen (bijvoorbeeld) bij 1 kind 644 (euro), bij 2 kinderen $\frac{977}{2} = 488,50$ (euro) en bij 3 kinderen $\frac{1226}{3} \approx 409$ (euro)~~ 2
- ~~Het antwoord: figuur 3 is de juiste~~ 4

of

- ~~Het berekenen bij (bijvoorbeeld) $G = 4000$ van de gemiddelde alimentatie per kind: bij 1 kind 644 (euro), bij 2 kinderen $\frac{977}{2} = 488,50$ (euro), bij 3 kinderen $\frac{1226}{3} \approx 409$ (euro), bij 4 kinderen $\frac{1485}{4} = 371,25$ (euro), bij 5 kinderen $\frac{1485}{5} = 297$ (euro) en bij 6 kinderen $\frac{1485}{6} = 247,50$ (euro)~~ 2
- ~~Deze aantallen nemen af, maar niet gelijkmatig~~ 2
- ~~Het antwoord: figuur 3 is de juiste~~ 4

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Gebruiksduur

- 17 maximumscore 3**
- Invullen van $t = 5,5$ in formule 1 levert $P \approx 70,7$ (%) 1
 - Invullen van $t = 5,5$ in formule 2 levert $P \approx 75,3$ (%) 1
 - Het antwoord: bij formule 2 1
- 18 maximumscore 3**
- De vergelijking $100 \cdot (1 - 0,8^t) = 100 \cdot (1 - 0,61^t) - 50t \cdot 0,61^t$ moet opgelost worden 1
 - Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
 - Het antwoord: $t = 4,1$ (jaar) 1
- 19 maximumscore 4**
- Als t groter wordt, wordt $0,8^t$ kleiner 1
 - Dan wordt $1 - 0,8^t$ groter 1
 - $100 \cdot (1 - 0,8^t)$ wordt ook groter, dus P neemt toe 1
 - Als t groter wordt, nadert $0,8^t$ naar nul, dus nadert P naar $100 \cdot (1 - 0) = 100$ 1
- Opmerking*
Als alleen getallenvoorbeelden gegeven worden, hiervoor geen scorepunten toekennen.
- 20 maximumscore 3**
- $P = 100 - 100 \cdot 0,61^t - 50 \cdot t \cdot 0,61^t$ 1
 - $P = 100 + (-50 \cdot t - 100) \cdot 0,61^t$ 1
 - Het antwoord: $a = 100$, $b = -50$ en $c = -100$ 1

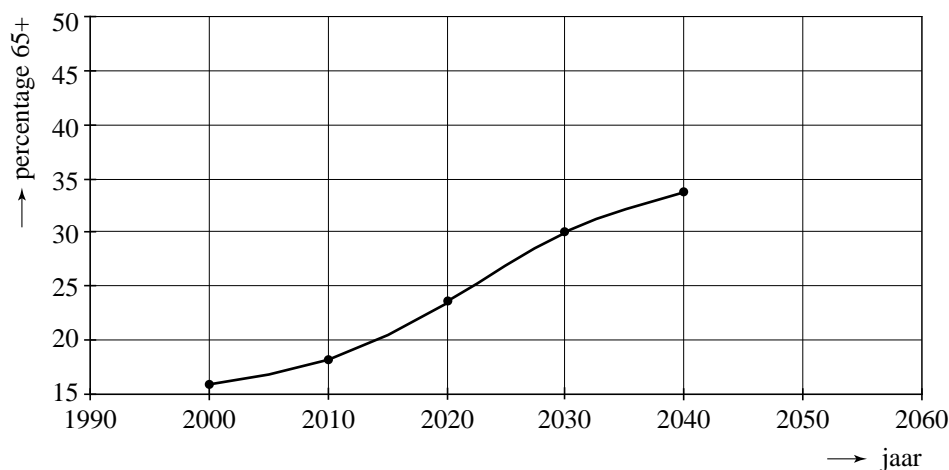
Parkstad Limburg

21 maximumscore 7

- De berekening van de percentages 65-plussers bij ten minste 3 verschillende jaren 3
- Het tekenen van de grafiek 2
- Een verantwoorde, toegelichte schatting van het aantal 65-plussers in 2050, bijvoorbeeld met behulp van grafisch extrapoleren 2

Voorbeeld van een goede uitwerking

jaar	0-21	22-64	65+	totaal	%
2000	60	152	40	252	15,9
2010	50	140	42	232	18,1
2020	42	126	52	220	23,6
2030	38	104	60	202	29,7
2040	32	88	60	180	33,3



Als de grafiek vloeiend wordt voortgezet tot 2050, blijkt het percentage 65-plussers in 2050 ongeveer 37 te worden.

of

Als door de punten in de grafiek een goed passende rechte lijn is getekend (bijvoorbeeld een rechte lijn door het eerste en laatste punt) die wordt voortgezet tot 2050, blijkt het percentage 65-plussers in 2050 ongeveer 38 te worden.

Opmerking

Voor de afgelezen aantallen personen uit de figuur geldt een toegestane marge van 2 ($\times 1000$).

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.

wiskunde A (pilot) havo

Centraal examen havo

Tijdvak 1

Correctievoorschrift

Aan de secretarissen van het eindexamen van de scholen voor havo

Bij het centraal examen wiskunde A (pilot) havo :

Op pagina 7, vraag 10, bij de derde bal ook goedkeuren:

Het antwoord: in het jaar 3371.

Ik verzoek u dit bericht door te geven aan de correctoren wiskunde A (pilot) havo.

Het College voor Examens,
Namens deze, de voorzitter,

drs H.W. Laan

wiskunde A (pilot) havo

Centraal examen havo

Tijdvak 1

Correctievoorschrift

Aan de secretarissen van het eindexamen van de scholen voor havo

Bij het centraal examen wiskunde A (pilot) havo :

Op **pagina 10, vraag 21**, na het derde bolletje, moeten tekst en tabel vervangen worden door:

Voorbeeld van een goede uitwerking met de juiste afgelezen waarden

jaar	0-21	22-64	65+	totaal	%
2000	60	153	39	252	15,5
2010	51	142	42	235	17,9
2020	42	126	51	219	23,3
2030	38	103	60	201	29,9
2040	32	88	59	179	33,0

Ik verzoek u dit bericht door te geven aan de correctoren wiskunde A (pilot) havo.

Het College voor Examens,
Namens deze, de voorzitter,

drs H.W. Laan

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, hoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 79 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één scorepunt afgetrokken tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Woningvoorraad

1 **maximumscore 3**

- $b = 3$ 1
- $a = \frac{6-3}{30-0} = 0,1$ 2

Opmerkingen

- *Als voor het verschil in jaren 31 of 29 genomen is, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*
- *Als a en b berekend worden door 6 miljoen en 3 miljoen te gebruiken (in plaats van 6 en 3), ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

2 maximumscore 4

- De groeifactor per 50 jaar is $\frac{0,54}{0,29}$ 1

- De groeifactor per jaar is $\left(\frac{0,54}{0,29}\right)^{\frac{1}{50}}$ 1

- De groeifactor per jaar is (ongeveer) 1,0125 1
- Het koopwoningendeel groeit dus jaarlijks met 1,25% 1

of

- Bij een jaarlijks groeipercentage van 1,25% is de jaarlijkse groeifactor 1,0125 1
- $0,29 \cdot 1,0125^{50} \approx 0,54$ 2
- Dit komt overeen met de tabel (dus het koopwoningendeel groeit jaarlijks met 1,25%) 1

of

- Er moet gelden: $0,29 \cdot g^{50} = 0,54$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $g \approx 1,0125$ 1
- Het koopwoningendeel groeit dus jaarlijks met 1,25% 1

3 maximumscore 5

- 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1
- Er zijn in 2006 $0,2 \cdot 6,9 = 1,38$ miljoen woningen van vóór 1945 1
- Het koopwoningendeel van de woningen die vóór 1945 gebouwd zijn, is $\frac{900\,000}{1\,380\,000} \approx 0,65$ 2

- Dit is (veel) groter dan de 0,54 uit 2006 (dus het is juist) 1

of

- Er zijn in 2006 $0,54 \cdot 6,9 \approx 3,73$ miljoen koopwoningen 1

- Daarvan is $\frac{0,9}{3,73} \cdot 100\% \approx 24\%$ vóór 1945 gebouwd 2

- 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1
- 24 (%) is meer dan 20 (%) (dus het is juist) 1

of

- Het percentage koopwoningen die vóór 1945 gebouwd zijn, is $\frac{0,9}{6,9} \cdot 100(\%) \approx 13(\%)$ 2

- 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1

- Op grond van de tabel zou je een percentage koopwoningen van vóór 1945 van $0,54 \cdot 20(\%) \approx 11(\%)$ verwachten 1

- 13 (%) is meer dan 11 (%) (dus het is juist) 1

Verzekeren

4 maximumscore 4

- De verzekeraar krijgt $20\,000 + 60\,000 = 80\,000$ (euro) terug 1
- Het totale schadebedrag is $60 \cdot 750 + 70\,000 + 110\,000 = 225\,000$ (euro) 1
- Het gedeelte dat de verzekeraar terugkrijgt is $\frac{80\,000}{225\,000}$ 1
- Het antwoord: 0,36 (of nauwkeuriger) (en dit is meer dan een derde) 1

5 maximumscore 3

- $P = 100 - 100 \cdot \left(\frac{50\,000}{150\,000} \right)^{1,77} \approx 86$ 2
- Het antwoord: (ongeveer) $100 - 86 = 14$ (procent) 1

6 maximumscore 4

- De vergelijking $100 - 100 \cdot \left(\frac{50\,000}{x} \right)^{1,77} = 95$ moet worden opgelost 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord: (ongeveer) 270 000 (euro) 1

Opmerking

Als de vergelijking $100 - 100 \cdot \left(\frac{50\,000}{x} \right)^{1,77} = 5$ wordt opgelost in plaats van de bovenstaande, ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.

7 maximumscore 4

- Er geldt: $\frac{71\,396}{y} = \frac{50\,000}{x}$ 1
- $\frac{y}{71\,396} = \frac{x}{50\,000}$ of $50\,000 \cdot y = 71\,396 \cdot x$ 1
- $y = \frac{71\,396}{50\,000} \cdot x$ (en daarmee is de evenredigheid aangetoond) 1
- Het getal a (of $\frac{71\,396}{50\,000}$ of 1,43) geeft aan hoeveel dollar je moet betalen voor 1 euro 1

Opmerking

Als het evenredige karakter is aangetoond door het verband terug te brengen tot de vorm $x = b \cdot y$, de vorm $\frac{x}{y} = c$ danwel $\frac{y}{x} = d$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Elfstedentocht

- 8 maximumscore 3**
- Het aantal mogelijke Elfstedentochten is 38 1
 - Het aantal werkelijk gereden Elfstedentochten is 15 1
 - Het percentage $p = \frac{15}{38} \times 100 \approx 39,5$ 1
- 9 maximumscore 4**
- ~~De toenames zijn constant, dus er is sprake van lineaire stijging~~ ~~2~~
 - ~~De toename per interval is $\frac{3,6}{5} = 0,72$~~ ~~4~~
 - ~~De juiste schaalverdeling bij de roosterlijntjes op de verticale as: 0; 0,1; ...~~ ~~4~~
- 10 maximumscore 4**
- De beginwaarde $b = 38$ 1
 - De groeifactor per 4 °C temperatuurstijging is $\frac{5}{38}$ 1
 - $g = \left(\frac{5}{38}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,6$ (of nauwkeuriger) 2
- of
- De beginwaarde $b = 38$ 1
 - Voor groeifactor per jaar g geldt: $38 \cdot g^4 = 5$ 1
 - $g \approx 0,6$ (of nauwkeuriger) 2
- Opmerkingen*
- Als voor b een waarde afgelezen is in het interval $[37,5; 38,5]$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
 - Als gewerkt is met een ander geschikt punt van de grafiek, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- 11 maximumscore 3**
- $E_w = \frac{0,74}{3,6} \cdot (65 - 65 \cdot 0,60^{3,6})$ 2
 - Het antwoord: 11 1
- 12 maximumscore 4**
- $E_w = \frac{0,74}{3,6} \cdot (p - p \cdot 0,60^{3,6})$ 1
 - $E_w \approx 0,206 \cdot (p - p \cdot 0,16)$ 1
 - $E_w \approx 0,206 \cdot 0,84 \cdot p$ (of $E_w \approx 0,206 \cdot p - p \cdot 0,0327$) 1
 - $E_w \approx 0,173 \cdot p$ dus $a \approx 0,17$ (of nauwkeuriger) 1

Korfbal**13 maximumscore 4**

- ~~De jongens voor het aanvalsvak kunnen op $\binom{4}{2}$ manieren aangewezen worden~~ 4
- ~~De meisjes voor het aanvalsvak kunnen op $\binom{4}{2}$ manieren aangewezen worden~~ 4
- ~~In totaal zijn er $\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2}$ mogelijke opstellingen~~ 4
- ~~Het antwoord: 36~~ 4

14 maximumscore 3

- ~~Er zijn per poule $\frac{4-3}{2} = 6$ (of $\binom{4}{2} = 6$) wedstrijden~~ 2
- ~~In de eerste ronde zijn er in totaal $4 \cdot 6 = 24$ wedstrijden~~ 4

Opmerking

~~Het aantal wedstrijden in een poule kan ook door uitschrijven worden bepaald.~~

15 maximumscore 5

- ~~Nederland en België kunnen op 2 manieren ingevuld worden~~ 4
- ~~Voor de overige zes plaatsen van categorie A zijn er $6!$ manieren~~ 4
- ~~Voor de acht plaatsen van categorie B zijn er $8!$ manieren~~ 4
- ~~Het totaal aantal manieren is $2 \cdot 6! \cdot 8!$~~ 4
- ~~Het antwoord: 58 060 800~~ 4

Gehoorschade

16 maximumscore 4

- De vergelijking $\frac{16,3}{t^{0,35}} + 73 = 100$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden 1
- $t \approx 0,236$ uur 1
- Het antwoord: $(0,236 \cdot 60 =)$ 14 (minuten) (of nauwkeuriger) 1

17 maximumscore 3

- Met c wordt de verschuiving van de grafiek van G_1 naar boven of beneden aangegeven 2
- Aflezen in de grafiek bij bijvoorbeeld $t = 3$ geeft $c = 6$ 1

Opmerking

Als voor c een waarde afgelezen is in het interval $[5,5; 6,5]$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

18 maximumscore 4

- De intensiteit wordt 5 keer ‘telkens de helft minder’ 1
- De intensiteit wordt $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ keer zo groot 1
- Dat is een groefactor van 0,03125 1
- De intensiteit neemt af met 97 (%) (of nauwkeuriger) 1

of

- De intensiteit wordt 5 keer ‘telkens de helft minder’ 1
- Dat geeft als waarden 50%, 25%, 12,5%, 6,25% en 3,125% 2
- De intensiteit neemt af met 97 (%) (of nauwkeuriger) 1

19 maximumscore 4

- Bij $G = 75$ geldt $I = 31,6$ 1
- De vergelijking $31,6 \cdot 1,259^{(G-75)} = 3160$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord: 95 dB (of nauwkeuriger) 1

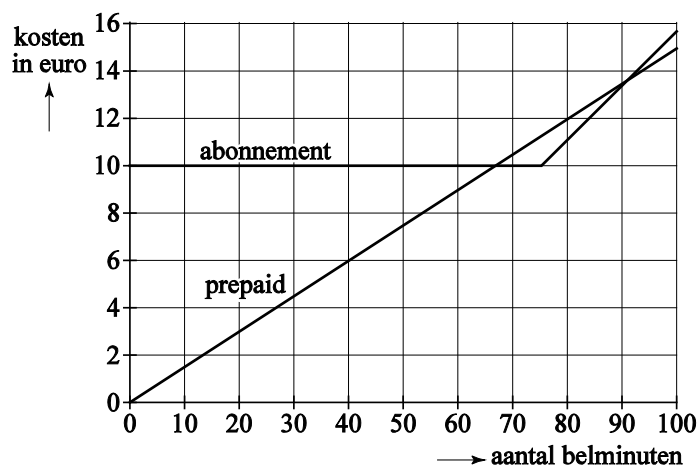
Mobiel bellen

20 maximumscore 7

- Berekenen wanneer prepaid en abonnement evenveel kosten: bij $\frac{9,95}{0,15} \approx 66,3$ belminuten 1
 - Prepaid is goedkoper bij maximaal 66 belminuten (per maand) 1
 - Een formule voor prepaid: $K_{pre} = 0,15 \cdot m$ 1
 - Een formule voor het abonnement, met $m > 75$:
 $K_{ab} = 9,95 + (m - 75) \cdot 0,23$ 2
 - Berekenen wanneer prepaid en abonnement evenveel kosten:
 $0,15 \cdot m = 9,95 + (m - 75) \cdot 0,23$ geeft $m \approx 91,3$ 1
 - Het antwoord: prepaid is ook goedkoper vanaf 92 belminuten (per maand) 1
- of
- Berekenen wanneer prepaid en abonnement evenveel kosten: bij $\frac{9,95}{0,15} \approx 66,3$ belminuten 1
 - Prepaid is goedkoper bij maximaal 66 belminuten (per maand) 1
 - Bij 75 belminuten kost prepaid €11,25, dus prepaid kost dan €1,30 meer dan een abonnement 1
 - Voor elke belminuut na 75 minuten is prepaid (23 – 15 =) 8 cent goedkoper 1
 - Prepaid en abonnement kosten evenveel na $75 + \frac{1,30}{0,08} = 91,25$ minuten 2
 - Het antwoord: prepaid is ook goedkoper vanaf 92 belminuten (per maand) 1

of

- Het tekenen van de grafiek van prepaid, bijvoorbeeld door de punten (0, 0) en (100, 15) 1
- Het tekenen van het eerste deel van de grafiek van het abonnement 1
- Het berekenen van een punt van het tweede deel van de grafiek van het abonnement, bijvoorbeeld bij $m = 100$ hoort $A = 9,95 + 25 \cdot 0,23 = 15,70$ en het tekenen van het tweede deel van de grafiek van het abonnement 1
- Voor het eerste snijpunt geldt $m = \frac{9,95}{0,15} \approx 66,3$ 1
- Bij $m = 75$ betaal je bij prepaid $75 \cdot 0,15 = 11,25$, dit is €1,30 meer dan bij het abonnement; daarna betaal je €0,08 minder per belminuut, dus het tweede snijpunt is $\frac{1,30}{0,08} \approx 16,3$ belminuten na $m = 75$ 2
- Het antwoord: prepaid is goedkoper bij maximaal 66 belminuten (per maand) en ook bij minimaal 92 belminuten (per maand) 1



Opmerkingen

- Als de aantallen belminuten op een correcte manier bepaald zijn met behulp van inkleppen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- Als de aantallen belminuten slechts gevonden zijn door aflezen, hiervoor 3 scorepunten in mindering brengen.

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 24 juni naar Cito.

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

supersize me

- | | | |
|---|--|---|
| 1 maximumscore 3 | | |
| • $33,6 \cdot G = 5000$ | | 1 |
| • $G \approx 149$ (kg) | | 1 |
| • Het antwoord: $149 - 85 = 64$ (kg) (of nauwkeuriger) | | 1 |
| 2 maximumscore 4 | | |
| • $E_b = 33,6 \cdot 85 = 2856$ | | 1 |
| • Zijn energieoverschot is $5000 - 2856 = 2144$ | | 1 |
| • Dat is een gewichtstoename van $\frac{2144}{7800}$ (kg) | | 1 |
| • Het antwoord: 275 (gram) (of nauwkeuriger) | | 1 |

Opmerking

Als het antwoord gevonden is door gebruik te maken van de formules bij de volgende vraag, hoogstens 1 scorepunt toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
3	maximumscore 4	
	• Er geldt $T = 0,000128 \cdot (5000 - 33,6 \cdot G)$	1
	• Dit herleiden tot $T = 0,64 - 0,004 \cdot G$	2
	• $a = -0,004$ (of nauwkeuriger) en $b = 0,64$	1
4	maximumscore 3	
	• $A = 16 \cdot 0,88^8 \approx 5,8$	1
	• De man zit nog 5,8 kg boven het gewicht van 75 kg	1
	• Het antwoord: 81 (kg) (of nauwkeuriger)	1
5	maximumscore 4	
	• De man moet dan nog $16 - 12 = 4$ kg afvallen	1
	• De vergelijking $16 \cdot 0,88^t = 4$ moet opgelost worden	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost	1
	• Het antwoord: 11 (maanden) (of nauwkeuriger)	1
	of	
	• De vergelijking $75 + 16 \cdot 0,88^t = 91 - 12$ moet opgelost worden	2
	• Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost	1
	• Het antwoord: 11 (maanden) (of nauwkeuriger)	1

~~Knock-out~~~~6 maximumscore 3~~

- ~~• Een uitleg als: elke ronde halveert het aantal deelnemers, 128 kan 7 keer gehalveerd worden~~ ~~2~~
- ~~• Het antwoord: (Venus speelt in alle ronden, dus) 7 (wedstrijden)~~ ~~4~~

~~7 maximumscore 3~~

- ~~• Er worden per kampioenschap $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$ wedstrijden gespeeld~~ ~~4~~
- ~~• In totaal zijn er $(64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) \cdot 2$ wedstrijden~~ ~~4~~
- ~~• Het antwoord: 254 (wedstrijden)~~ ~~4~~

~~of~~

- ~~• Er moeten per kampioenschap 127 personen afvallen (en elke wedstrijd valt er iemand af)~~ ~~4~~
- ~~• In totaal zijn er $127 \cdot 2$ wedstrijden~~ ~~4~~
- ~~• Het antwoord: 254 (wedstrijden)~~ ~~4~~

~~8 maximumscore 4~~

- ~~• De eerste wedstrijd kan op $\binom{8}{2}$ manieren ingevuld worden~~ ~~4~~
- ~~• De tweede wedstrijd kan op $\binom{6}{2}$ manieren ingevuld worden~~ ~~4~~
- ~~• Het totaal aantal manieren is $\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2}$~~ ~~4~~
- ~~• Het antwoord: 2520~~ ~~4~~

~~of~~

- ~~• De spelers kunnen op $8!$ manieren gerangschikt worden~~ ~~4~~
- ~~• $A - B$ is hetzelfde als $B - A$ en dat geldt voor elk van de vier wedstrijden, dus het aantal wedstrijden is $\frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$~~ ~~2~~
- ~~• Het antwoord: 2520~~ ~~4~~

~~9 maximumscore 3~~

- ~~• Voor elke halvefinalewedstrijd zijn er $2 \times 2 = 4$ manieren~~ ~~4~~
- ~~• In totaal zijn er $4 + 4$ manieren~~ ~~4~~
- ~~• Het antwoord: 8~~ ~~4~~

~~Opmerking~~

~~Als de kandidaat het antwoord 16 geeft, met berekening $2^4 = 16$ of $4 \times 4 = 16$, maximaal 1 scorepunt toekennen~~

Vraag	Antwoord	Scores
10	maximumscore 4	
	<ul style="list-style-type: none"> • Een correct ingevuld wedstrijdschema 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • De toelichting: eerst speler B in ronde 1 in de derde of vierde wedstrijd plaatsen 	4
	<ul style="list-style-type: none"> • De rest van de toelichting: spelers C en D in ronde 1 elk in een van de overige twee nog vrije wedstrijden plaatsen (en het schema afmaken) 	4
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> • Een correct ingevuld wedstrijdschema 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • De toelichting: eerst spelers A en B in de finale plaatsen 	4
	<ul style="list-style-type: none"> • De rest van de toelichting: de halvefinalewedstrijden zijn A - C, B - D of A - D, B - C (en het schema afmaken) 	4

Bloeiperiode

11 maximumscore 4

- De groeifactor per 25 jaar is $\frac{83}{30}$ 1
 - De groeifactor per jaar is $\left(\frac{83}{30}\right)^{\frac{1}{25}} \approx 1,0415$ 2
 - Het groeipercentage per jaar is 4,15 (%) 1
- of
- De vergelijking $30 \cdot g^{25} = 83$ dient opgelost te worden 1
 - Het beschrijven van de werkwijze met de GR 1
 - $g \approx 1,0415$ 1
 - Het groeipercentage per jaar is 4,15 (%) 1

12 maximumscore 3

- De vergelijking $30 \cdot 1,042^t = 60$ (of $1,042^t = 2$) moet worden opgelost 1
- Het beschrijven van de werkwijze met de GR 1
- Het antwoord: (bijna) 17 (jaar) (of nauwkeuriger) 1

Opmerkingen

- Als er is doorgerekend met het onafgeronde antwoord van de vorige vraag met als antwoord (ruim) 17, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- Het antwoord 17 (of 18) mag ook worden gevonden door zorgvuldig opmeten in figuur 1 en met voldoende toelichting.

13 maximumscore 3

- ~~Van 1950 tot 1980 bleef de bloeiperiode ongeveer gelijk, dus de toenames zijn daar 0~~ 4
- ~~Vanaf 1980 (is sprake van exponentiële groei, dus) worden de toenames steeds groter~~ 4
- ~~Diagram B is het juiste~~ 4

Opmerking

~~Als de kandidaat diagram B aanmerkt als juiste, zonder toelichting of met een foutieve toelichting, hiervoor geen scorepunten toekennen.~~

Reactiesnelheid

14 maximumscore 4

- De gemiddelde vangafstand is 16,6 cm 1
- Per cm neemt de reactiesnelheid toe met $\frac{192-181}{2} = 5,5$ (milliseconden) 1
- De reactietijd is $181 + 0,6 \cdot 5,5$ (milliseconden) 1
- Dit is 184,3 (milliseconden) (dus ongeveer 184 (milliseconden)) 1

of

- De gemiddelde vangafstand is 16,6 cm 1
- Het lijnstuk door de punten met coördinaten (16, 181) en (18, 192) in een grafiek tekenen 2
- Bij de gemiddelde vangafstand 16,6 aflezen dat de reactietijd ongeveer 184 is 1

15 maximumscore 3

- $\sqrt{\frac{A}{4,9}} = 0,01 \cdot R$ 1
- $\frac{A}{4,9} = 0,0001 \cdot R^2$ 1
- $A = 0,00049 \cdot R^2$, dus $c = 0,00049$ (of 0,0005) 1

16 maximumscore 3

- $R = 184$ invullen in de formule 1
- Dit geeft $P \approx 67,5$ 1
- Het antwoord: $(100 - 67,5 =) 32,5$ (%) 1

17 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking $P = 5$ met de GR kan worden opgelost 1
- De reactietijd R is 153 (of nauwkeuriger) 1
- Deze waarde voor R invullen in de vergelijking $A = 0,00049 \cdot R^2$ 1
- Het antwoord: 11,5 (cm) (of nauwkeuriger) 1

Opmerking

Als is doorgerekend met een afgeronde of een foute waarde van c die in de vorige vraag is gevonden, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

18 maximumscore 4

- $R_{95} = 178 + 1,2 \cdot (l - 30) + 14 + 0,5 \cdot (l - 30)$ 1
- $R_{95} = 178 + 1,2 \cdot l - 36 + 14 + 0,5 \cdot l - 15$ 2
- $R_{95} = 1,7 \cdot l + 141$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

19 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de grafiek van $R_{9,5}$ is $1,2 + 0,5$ en die van de grafiek van R_5 is $1,2 - 0,5$ 1
 - Het verschil is precies 1 1
 - Dit betekent 1 milliseconde per jaar (dus deze persoon heeft gelijk) 1
- of
- De spreiding beschrijven met de formule $R_{9,5} - R_5 = 28 + l - 30 = l - 2$ 1
 - De richtingscoëfficiënt hiervan is 1 1
 - Dit betekent 1 milliseconde per jaar (dus deze persoon heeft gelijk) 1

Opmerking

Als uitsluitend getallenvoorbeelden genomen zijn voor l , voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

Vogeltrek

20 maximumscore 3

- In 2020 keert de gierzwaluw $\frac{40}{10} \cdot 3$ dagen eerder terug 1
- Dat zijn 12 dagen 1
- Het antwoord: 20 april (2020) 1

21 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt is $-\frac{3}{10}$ 2
- De formule: $A = 122 - \frac{3}{10}t$ 1

22 maximumscore 4

- Het verblijf wordt elk jaar $0,3 - 0,06 (= 0,24)$ dagen langer 2
- Het duurt $\frac{15}{0,24} = 62,5$ jaar (na 1980) 1
- Het antwoord: 2043 1

of

- Met B het dagnummer van vertrek geldt: $B = 222 - 0,06t$ 1
- Voor de verblijfsduur V geldt: $V = B - A = 100 + 0,24t$ 1
- $V = 115$ geeft $t = \frac{15}{0,24} = 62,5$ 1
- Het antwoord: 2043 1

Gewichtloosheid ervaren

23 maximumscore 6

- Beschrijven hoe de grafiek van h als functie van t kan worden getekend op de GR (met een waarde voor v) 1
 - Beschrijven hoe met de GR bij een getekende grafiek van h kan worden bepaald of de periode van gewichtloosheid korter of langer is dan 20 seconden 2
 - Laten zien dat deze periode bij $v = 510$ korter is dan 20 seconden en bij $v = 520$ langer is dan 20 seconden 2
 - De conclusie: v moet minimaal 520 (km/uur) (of nauwkeuriger) zijn 1
- of
- Er moet gelden dat $h = 7600$ bij $t = 20$ 1
 - De vergelijking $-9,81 \cdot 20^2 + 0,38 \cdot v \cdot 20 + 7600 = 7600$ moet worden opgelost 1
 - Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
 - De oplossing: $v \approx 516,3$ 1
 - Berekenen of beredeneren dat bij een hogere beginsnelheid de periode van gewichtloosheid langer is 1
 - De conclusie: v moet minimaal 517 (km/uur) (of nauwkeuriger) zijn 1

Opmerking

Als bij de tweede oplosmethode wordt geconcludeerd dat v minimaal 520 (km/uur) moet zijn, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 4 juni naar Cito.

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examiner. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examiner past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examiner ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 78 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één scorepunt afgetrokken tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Benzineverbruik

1 maximumscore 3

- Volgens de fabrikant $\frac{25000}{100} \cdot 4,3 = 1075$ liter 1
 - Volgens de ecotest $\frac{25000}{100} \cdot 5,0 = 1250$ liter 1
 - Dus hij moet $(1250 - 1075 =)$ 175 liter meer tanken 1
- of
- Het verschil in liter/100 km is $5,0 - 4,3 = 0,7$ liter 2
 - Dus hij moet $\frac{25000}{100} \cdot 0,7 = 175$ liter meer tanken 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

2 maximumscore 4

- Geschikte punten aflezen, bijvoorbeeld (120; 16,3) en (170; 10,3) 1
- $a = \frac{10,3 - 16,3}{170 - 120} = -0,12$ 1
- $b = 16,3 + 0,12 \cdot 120 = 30,7$ 1
- $L = -0,12 \cdot v + 30,7$ 1

Opmerkingen

- De afgelezen waarden van L mogen 0,1 afwijken.
- Als andere punten zijn gebruikt om af te lezen, kunnen de getallen in de formule afwijken.

3 maximumscore 5

- $L = \frac{75}{4,4} \approx 17,05$ 1
- Aflezen dat de snelheid ongeveer 122 km/u is (of deze snelheid aangeven in de figuur) 1
- Aflezen bij deze snelheid en buitentemperatuur 25 °C geeft $L \approx 18,8$ 1
- Aantal km is $18,8 \cdot 4,4 \approx 83$ 1
- Het antwoord: 8 (km) (of nauwkeuriger) 1

Opmerkingen

- De afgelezen waarde van v mag 1 afwijken.
- De afgelezen waarde van L mag 0,2 afwijken.

4 maximumscore 3

- Bij een temperatuurstijging van 15 °C neemt L met $24,3 - 21,9 = 2,4$ toe 1
- Bij een temperatuurstijging van 3 °C neemt L met $\frac{2,4}{15} \cdot 3 \approx 0,5$ toe 1
- Het antwoord: $(21,9 + 0,5 =) 22,4$ (km) (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

~~Haagse blokkenset~~

5 ~~maximumscore 3~~

- ~~Het aantal mogelijkheden is $5 \cdot 4 \cdot 3$~~ 2
- ~~Het antwoord: 60~~ 4

6 ~~maximumscore 3~~

- ~~Het aantal mogelijkheden is $\binom{6}{3}$~~ 2
- ~~Het antwoord: 20~~ 4

7 ~~maximumscore 4~~

- ~~Als rood en blauw aan elkaar grenzen, zijn er $4!$ mogelijkheden~~ 4
- ~~Als rood en blauw niet aan elkaar grenzen, zijn er $3!$ mogelijkheden~~ 4
- ~~Het totale aantal mogelijkheden is $4! + 3!$~~ 4
- ~~Het antwoord: 30~~ 4

Pitotbuis

8 maximumscore 5

- ~~• De toenames zijn achtereenvolgens: 0,2; 0,6; 0,9; 1,3 en 1,7~~ ~~2~~
- ~~• Toenamediagram A is juist~~ ~~1~~
- ~~• De toename van 100 naar 120 km per uur is 2,1 (of 2,0) (cm)~~ ~~1~~
- ~~• De hoogte bij 120 km per uur is 6,8 (of 6,7) (cm)~~ ~~1~~

Opmerking

~~Als het verkeerde toenamediagram gekozen is en hiermee op correcte wijze de volgende toename en de bijbehorende hoogte berekend is, ten hoogste 2 scorepunten toekennen.~~

9 maximumscore 3

- Het kiezen van een paar (v, h) uit de tabel, bijvoorbeeld $(100; 4,7)$ 1
- Invullen geeft $4,7 = a \cdot 100^2$ 1
- Het antwoord: $a = 0,0005$ (of nauwkeuriger) 1

10 maximumscore 4

- Volgens het verband geldt $v^2 = 2116 \cdot 7,2 = 15\,235,2$ 1
- De snelheid is $\sqrt{15\,235,2} \approx 123,4$ (km/uur) 1
- De procentuele afwijking is dan $\frac{110 - 123,4}{123,4} \cdot 100\%$ 1
- Het antwoord: $(-)$ 11 (%) (of nauwkeuriger) 1

11 maximumscore 5

- Afleiden uit **a** is mogelijk: vermenigvuldigen met 2116 geeft $v^2 = 2116 \cdot h$ of $2116 \cdot h = v^2$ 1
- Afleiden uit **b** is niet mogelijk 1
- Afleiden uit **c** is mogelijk: vermenigvuldigen met h geeft $v^2 = 2116 \cdot h$ 1
- Afleiden uit **d** is niet mogelijk 1
- Afleiden uit **e** is mogelijk: kwadrateren geeft $v^2 = 2116 \cdot h$ 1

Opmerkingen

- Als uitsluitend met getallenvoorbeelden gewerkt is, ten hoogste 2 scorepunten toekennen voor het aantonen dat afleiden uit **b** en **d** niet mogelijk is.
- Als gewerkt is vanuit het verband $v^2 = 2116 \cdot h$, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.

Atletiekbaan

12 maximumscore 3

- Als de baanlengte met $(331,3 - 290,4 =)$ 40,9 meter toeneemt, neemt het aantal meters bocht met $(200 - 175 =)$ 25 toe 1
- Het aantal meters bocht neemt toe met $\frac{400 - 331,3}{40,9} \cdot 25 (\approx 42)$ 1
- Het aantal meters bocht wordt: $200 + 42 = 242$ (of nauwkeuriger) 1

13 maximumscore 3

- In tabel 2 is af te lezen dat bij deze baanlengte $r = 21,49$ 1
- $V = \frac{2 \cdot 21,49 + 2}{3,14 \cdot 21,49}$ 1
- $V \approx 0,67$ en dat is ongeveer $\frac{2}{3}$ 1

14 maximumscore 4

- Er geldt $V = \frac{2 \cdot 10 + d}{3,14 \cdot 10}$ 1
- Dit is te schrijven als $V = \frac{20}{31,4} + \frac{d}{31,4}$ 1
- $b \approx 0,64$ (of nauwkeuriger) 1
- $a \approx 0,03$ (of nauwkeuriger) 1

15 maximumscore 6

- De vergelijking $\frac{2 \cdot r + 11,55}{3,14 \cdot r} = 0,944$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $r \approx 11,98$ (meter) 1
- Het aantal meters bocht is $6,28 \cdot 11,98 \approx 75,23$ (meter) 1
- De lengte van een recht stuk is $2 \cdot 11,98 + 11,55 = 35,51$ (meter) 1
- De totale lengte is $2 \cdot 35,51 + 75,23 = 146$ (meter) (of nauwkeuriger) 1

of

- De vergelijking $\frac{2 \cdot r + 11,55}{3,14 \cdot r} = 0,944$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $r \approx 11,98$ (meter) 1
- Het aantal meters bocht is $6,28 \cdot 11,98 \approx 75,23$ (meter) 1
- De totale lengte is $75,23 + 0,944 \cdot 75,23$ 1
- Het antwoord: 146 (meter) (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Radioactieve stoffen

16 maximumscore 4

- In 24 uur vinden 4 halveringen plaats 1
- De berekening $0,5^4$ 1
- De uitkomst 0,0625 1
- Het antwoord: 6 (%) (of nauwkeuriger) 1

17 maximumscore 4

- De groeifactor per dag is $0,173^{\frac{1}{7}}$ 2
- De groeifactor is 0,778 (of nauwkeuriger) 1
- Dit komt overeen met een afname van 22,2 (%) 1

of

- De vergelijking $g^7 = 0,173$ moet worden opgelost 1
- Het beschrijven van de werkwijze met de GR 1
- De groeifactor is 0,778 (of nauwkeuriger) 1
- Dit komt overeen met een afname van 22,2 (%) 1

of

- Bij een afname met 22,2% hoort groeifactor 0,778 1
- Berekend moet worden $0,778^7$ 1
- Dit is 0,173 (of nauwkeuriger) 1
- Na 7 dagen blijft dus inderdaad 17,3% van de stof over 1

18 maximumscore 5

- De groeifactor per dag is 0,778 1
- De vergelijking $0,778^T = 0,5$ moet worden opgelost 1
- Het beschrijven van de werkwijze met de GR 1
- Na (ongeveer) 2,76 (dagen) is de hoeveelheid gehalveerd 1
- Dat is na $(24 \cdot 2,76 \approx) 66$ (of 67) (uur) (of nauwkeuriger) 1

Reclamefolders

19 maximumscore 7

- In $\frac{5}{6} \cdot 2,618 \approx 2,18$ miljoen eenpersoonshuishoudens worden folders ontvangen 1
- In $\frac{5}{6} \cdot (7,313 - 2,618) \approx 3,91$ miljoen meerpersoonshuishoudens worden folders ontvangen 1
- De folders worden door $\frac{3}{4} \cdot (2,18 + 3,91 \cdot 2,3) \approx 8,4$ miljoen personen ouder dan 16 jaar bekeken 2
- $0,27 \cdot 8,4 \approx 2,3$ miljoen personen ouder dan 16 jaar gaan tot actie over 1
- $\frac{2,3}{16,53} \cdot 100\% \approx 14\%$ (of nauwkeuriger) (of $0,15 \cdot 16,53 \approx 2,48$ miljoen) 1
- Een passende conclusie 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 22 juni naar Cito.

